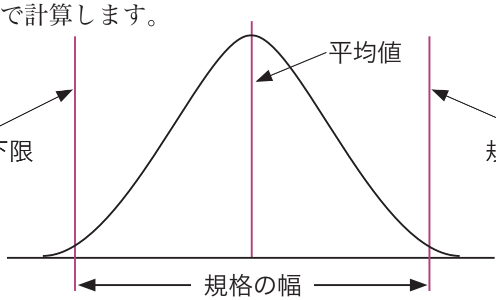
# 6 工程能力指数

工程能力とは、定められた規格の限度内で、製品を生産できる能力のことです。その評価を行う指標のことを**工程能力指数**といい、一般にCp の記号で表します。これは Process Capability の頭文字を組み合わせたものです。Cp の値は以下の式で計算します。




## （1）両側規格の場合

$$Cp = \frac{\text{規格の上限} - \text{規格の下限}}{6 \times \text{標準偏差}}$$

ここでは、**平均値**を規格の中央にコントロールできないような場合、Cpだけでなく偏りを考慮した**Cpk**を併用します。

**Cpk**は下記の**片側規格**を用いて、それぞれのCpを求め、小さい値を選択します。

なお、**平均値**に近い方の**規格値**を用いて**片側規格**のCpを求めても同じ値となります。

## （2）片側規格の場合

**①上限の規格の場合**　$Cpk = \frac{\text{上限} - \text{平均値}}{3 \times \text{標準偏差}}$

**②下限の規格の場合**　$Cpk = \frac{\text{平均値} - \text{下限}}{3 \times \text{標準偏差}}$

**[例]** 上限規格値52、下限規格値20、平均値50、標準偏差３のとき、①工程能力指数Cpと②偏りを考慮した工程能力指数Cpkを求めよ。

**[問6]** 100人の点数の平均が60点，標準偏差が10点であった。このとき，次の①と②の答えを下の選択肢からひとつずつ選べ。ただし，点数の分布は正規分布に従っているものとする。

①75点以上の人はほぼ何人いるか。

②70点未満は何人いるか。

**【選択肢】**

**ア**. 7　　**イ**. 8　　**ウ**. 9　　**エ**. 80　　**オ**. 84　　**カ**. 87

正解　①**ア**　②**オ**

**[問7]** 確率変数ＸとＹが正規分布に従うものとする。次の式について，成り立つ場合には○，そうでないものには×を記せ。

確率変数ＸとＹが独立の場合

①Ｅ（Ｘ－Ｙ）＝Ｅ（Ｘ）－Ｅ（Ｙ）

②Ｖ（Ｘ＋Ｙ）＝Ｖ（Ｘ）＋Ｖ（Ｙ）

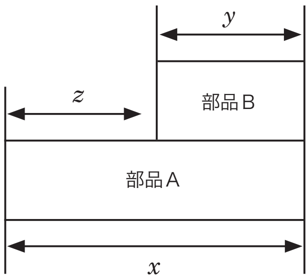
確率変数ＸとＹが独立でない場合

③Ｅ（Ｘ－Ｙ）＝Ｅ（Ｘ）－Ｅ（Ｙ）

④Ｖ（Ｘ＋Ｙ）＝Ｖ（Ｘ）＋Ｖ（Ｙ）

正解　①**○**　②**○**　③**○**　④**×**

**[問8]** 部品Ａと部品Ｂを組み立てて製品化している。この製品の品質特性は寸法 $z$ である。寸法 $x$ は平均10mm，標準偏差0.3mm，寸法 $y$ は平均３mm，標準偏差0.4mmの互いに独立した正規分布をしているとき，寸法 $z$ の平均値と標準偏差を求めよ。




正解　平均値**7**，標準偏差**0.5**

## 解　説

**【問１】**それぞれ，巻末の付表から読み取る。

①正規分布表（Ⅱ）ＰからKpを求める表より，Ｐ＝**0.025**

②正規分布表（Ⅱ）ＰからKpを求める表より，Ｋp＝**1.645**

③ｔ表より，ｔ（8, 0.05）＝**2.306**　④ｔ表より，$\alpha$＝**0.01**

合計時間の平均E $(x+x)$＝E $(x)$＋E $(x)$＝50＋50＝**100**

合計時間の分散V $(x+x)$＝V $(x)$＋V $(x)$＝１＋１＝**2**

③補助器具を用いると，製品Ｂの製造時間は0.5倍になるということは，下図のように部品にあてはめると, 部品が$\frac{1}{2}$になるということなので,

$\boxed{\quad\text{部品B}\quad} \rightarrow \boxed{\text{部品B}}$

変更後の平均＝E $(\frac{1}{2}\times 20)=\frac{1}{2}\times 20=$ **10**

変更後の分散＝V $(\frac{1}{2}\times 4)=\frac{1}{4}\times 4=$ **1**

**【問６】**

①75点以上は，標準化すると，$Z=\frac{75-60}{10}=1.5$　となる。

正規分布表より，Ｋp＝1.5　→　Ｐ＝0.066807

よって, 100人の約6.7％だから約**６～７**人となるので，正解は**ア**。

②70点以上の人を求めると，標準化すると，$Z=\frac{70-60}{10}=1.0$

Ｋp＝1.0→Ｐ＝0.15866　となり, 70点未満の人は，１－0.15866＝0.84134　となる。よって, 100人の約84％だから**84**人となるので,正解は**オ**となる。

**【問７】**

２つの確率変数の「差」の期待値は，おのおのの確率変数の期待値の「差」に等しくなることから，①＝**○**，③＝**○**となる。

２つの確率変数Ｘ，Ｙに対して，その和の分散は，ＸとＹが独立であるときのみ「分散の加法性」が成り立つ。よって，②＝**○**，④＝**×**となる。

**【問８】**

平均値E $(z)$＝E $(x)$－E $(y)$＝10－３＝**7**

分散V $(z)$＝V $(x)$＋V $(y)$

＝ $x$ の標準偏差$^2$＋ $y$ の標準偏差$^2$

＝0.3×0.3＋0.4×0.4＝0.25

標準偏差＝$\sqrt{\text{分散}}$＝**0.5**

### 手順５　検定統計値$Z_0$の計算

### 手順６　判定

検定統計値≧棄却限界値　　対立仮説を採択
検定統計値＜棄却限界値　　帰無仮説を採択

### 手順７　母不適合品率の推定

点推定　$\hat{P}_A - \hat{P}_B = p_A - p_B$

信頼率95％の区間推定

$$p_A - p_B \pm Z\left(\frac{\alpha}{2}\right)\sqrt{\frac{p_A(1-p_A)}{n_A} + \frac{p_B(1-p_B)}{n_B}}$$

では、例題を解きながら、具体的に検定の手順をみていきましょう。

### [例] ２つの母不適合品率の違いに関する検定と推定

２つのラインで生産される自動車部品がある。各ラインからそれぞれ500個サンプルを抜き取り検査したところ、Ａラインでは10個、Ｂラインでは15個の不適合品があった。ラインによって母不適合品率に違いがあるかどうか検討せよ。

### 手順１　仮説の設定

帰無仮説　$H_0$：$P_A = P_B$
対立仮説　$H_1$：$P_A \neq P_B$

### 手順２　有意水準の設定

$\alpha$＝第１種の誤りを５％とする。

### 手順３　検定統計量の決定

検定統計量　$Z = \dfrac{p_A - p_B}{\sqrt{\bar{p}(1-\bar{p})\left(\dfrac{1}{n_A} + \dfrac{1}{n_B}\right)}}$

とおくと、Ｚは標準正規分布をする。

$p_A = \dfrac{x_A}{n_A}$、$p_B = \dfrac{x_B}{n_B}$、$\bar{p} = \dfrac{x_A + x_B}{n_A + n_B}$

$$\hat{\lambda} \pm Z\left(\frac{\alpha}{2}\right)\frac{\sqrt{\hat{\lambda}}}{\sqrt{n}} = 0.80 \pm 1.96\frac{\sqrt{0.80}}{\sqrt{10}}$$

$$\fallingdotseq 0.80 \pm 0.554$$

よって、信頼区間は0.246〜1.354

**４）２つの母不適合品数の違いに関する検定と推定**

２つの母不適合数（$\lambda_A$、$\lambda_B$：単位当たり欠点数）から、それぞれ$n_A$単位、$n_B$単位のサンプルを抜き取り検査したところ、$n_A$では不適合数の合計が$T_A$、$n_B$では不適合数の合計が$T_B$あった。このときに、２つの母不適合数$\lambda_A$、$\lambda_B$に違いがあるかどうかを検定する場合、検定の手順は次のようになります。

**手順１　仮説の設定**

帰無仮説　$H_0$：$\lambda_A = \lambda_B$　　対立仮説　$H_1$：$\lambda_A \neq \lambda_B$

**手順２　有意水準の設定**

$\alpha$＝第１種の誤りを５％とします。

**手順３　検定統計量の決定**

$$\hat{\lambda}_A = \frac{T_A}{n_A}、\hat{\lambda}_B = \frac{T_B}{n_B}、\hat{\lambda} = \frac{T_A + T_B}{n_A + n_B}$$　とする。

検定統計量　$$Z = \frac{\hat{\lambda}_A - \hat{\lambda}_B}{\sqrt{\hat{\lambda} \times \left(\frac{1}{n_A} + \frac{1}{n_B}\right)}}$$

とおくと、Ｚは標準正規分布をします。

**手順４　棄却域の設定**

$\lambda_A \neq \lambda_B$　→　両側検定

**手順５　検定統計値$Z_0$の計算**

**手順６　判定**

検定統計値≧棄却限界値　　対立仮説を採択
検定統計値＜棄却限界値　　帰無仮説を採択

**手順７　母不適合品数の推定**

点推定　$\hat{\lambda}_A-\hat{\lambda}_B$

信頼率95％の区間推定

$$\hat{\lambda}_A-\hat{\lambda}_B \pm Z\left(\frac{\alpha}{2}\right)\sqrt{\frac{\hat{\lambda}_A}{n_A}+\frac{\hat{\lambda}_B}{n_B}}$$

では、例題を解きながら、具体的に検定の手順をみていきましょう。

**[例] ２つの母不適合品数の違いに関する検定と推定**

ある会社には２つのＡ工場、Ｂ工場がある。Ａ工場では過去１年間で災害が15件、Ｂ工場では直近の10か月で24件発生した。工場によって災害発生件数に違いがあるのかどうかを検定する。

**手順１　仮説の設定**

帰無仮説　$H_0$：$\lambda_A=\lambda_B$

対立仮説　$H_1$：$\lambda_A \neq \lambda_B$

$\lambda_A$＝Ａ工場の１か月当たりの災害件数

$\lambda_B$＝Ｂ工場の１か月当たりの災害件数

**手順２　有意水準の設定**

$\alpha$＝第１種の誤りを５％とする。

**手順３　検定統計量の決定**

$$\hat{\lambda}_A=\frac{T_A}{n_A}=\frac{15}{12}=1.25、\quad \hat{\lambda}_B=\frac{T_B}{n_B}=\frac{24}{10}=2.40$$

$$\hat{\lambda}=\frac{T_A+T_B}{n_A+n_B}=\frac{39}{22}\fallingdotseq 1.773$$

検定統計量　$$Z=\frac{\hat{\lambda}_A-\hat{\lambda}_B}{\sqrt{\hat{\lambda}\times\left(\frac{1}{n_A}+\frac{1}{n_B}\right)}}$$

とおくと、Ｚは標準正規分布をする。

**手順４　棄却域の設定**

$\lambda_A \neq \lambda_B$　→　両側検定

$\alpha$＝0.05のとき正規分布表より、棄却限界値＝±1.960

と各因子のＦ表から読み取れる棄却限界値を比べます(それぞれの値は次のとおり)。

因子ＡのＦ表の値　：$F(3、12；0.05)=3.49$

因子ＢのＦ表の値　：$F(2、12；0.05)=3.89$

交互作用のＦ表の値：$F(6、12；0.05)=3.00$

今回の場合は、Ａ、Ｂ因子、Ａ×Ｂ交互作用の分散比の数値**＞**Ｆ表の値なので、「Ａ、Ｂの水準間、交互作用Ａ×Ｂに有意な差が**見られる**」と判定します(有意水準５％)。

## (２)推定

**(１)**で分散分析を行った結果、因子Ａ、因子Ｂ、交互作用Ａ×Ｂは**有意**となりましたので、ＡとＢそれぞれ別に、各水準の母平均$\mu$を信頼度95％で推定します。その手順は次のとおりです。

**手順１**　最適な組み合わせ条件を選定します。

特性値は大きい方がよいので、$A_3$と$B_2$の組み合わせを選びます。

**手順２**　最適条件での母平均を推定します。

今回は、Ａ×Ｂが有意なので、最適条件$A_3B_2$において、

①母平均の$\mu$の点推定を、次の式より求めます。

$$\hat{\mu}(A_3B_2)=A_3B_2\text{の平均値}=\frac{21+22}{2}=21.5$$

②母平均の$\mu$の区間推定を信頼度95％で推定します。母平均の信頼区間の幅を信頼率95％で次の式より求めます。

$$t(\phi_e、0.05)\times\sqrt{\frac{V_e}{n_e}}$$

有効反復係数$n_e=\dfrac{abn}{(1+\phi_A+\phi_B+\phi_{A\times B})}$ ……田口の公式(ただし、$a$：Ａ水準数、$b$：Ｂ水準数、$n$：繰り返し数)

計算すると、$n_e=\dfrac{4\times3\times2}{12}=2$

$$t(12、0.05)\times\sqrt{\frac{0.63}{2}}\fallingdotseq2.179\times0.561\fallingdotseq1.22$$

よって、最適条件$A_3B_2$での母平均は、$20.28<\mu_{A_3B_2}<22.72$　と区間推定されます(信頼率95％)。

# 6 調整型抜き取り検査

調整型抜き取り検査とは、過去の検査の品質実績から合理的な検査を行うものです。よい品質のロットであれば、検査を緩和(サンプル数を少なく)したり、逆に悪い品質のロットであれば検査を厳しく(サンプル数を多く)したりして、そこから得られた実績を検査水準にフィードバックする抜き取り検査方式です。

具体的には、その方法は、**「JIS Z 9015-1」**にて定められています。JIS Z 9015-1とは、ロットごとの検査に対する「ＡＱＬ指標型抜き取り検査方式」と呼ばれるものです。JIS Z 9015-1では、品質指標としてＡＱＬを使用します。ＡＱＬとは、Acceptable Quality Levelの略で、「合格品質水準」を意味します。工程平均として十分だと考えられる**不良率の上限**や、合格することのできる**最低限の品質**を指し、つまり、ロットの品質などに応じて、受け取り側が、検査基準を「**なみ**」「**きつい**」「**ゆるい**」と調整できる抜き取り検査方式です。

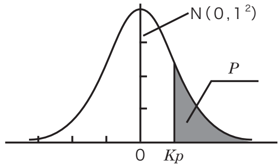
例を挙げながら説明します。まず、検査するロットサイズに従って、**付表８「サンプル文字」**から、サンプルサイズ文字を探します。たとえばロットサイズが 500個であれば、通常検査水準Ⅱの欄を見て、文字がH であることを確認します(一般的用途としては、通常検査水準Ⅱを使用します。下の**表６．１**を参照)。

**表６．１　サンプル文字**

| ロットサイズ | 特別検査水準 | | | | 通常検査水準 | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | S - 1 | S - 2 | S - 3 | S - 4 | Ⅰ | Ⅱ | Ⅲ |
| 2～8 | A | A | A | A | A | A | B |
| 9～15 | A | A | A | A | A | B | C |
| 16～25 | A | A | B | B | B | C | D |
| 26～50 | A | B | B | C | C | D | E |
| 51～90 | B | B | C | C | C | E | F |
| 91～150 | B | B | C | D | D | F | G |
| 151～280 | B | C | D | E | E | G | H |
| 281～500 | B | C | D | E | F | H | J |
| 501～1200 | C | C | E | F | G | J | K |
| 1201～3200 | C | D | E | G | H | K | L |
| 3201～10000 | C | D | F | G | J | L | M |
| 10001～35000 | C | D | F | H | K | M | N |
| 35001～150000 | D | E | G | I | L | N | P |
| 150001～500000 | D | E | G | J | M | P | Q |
| 500001以上 | D | E | H | K | N | Q | R |

※調整型抜き取り検査はレベル表の改訂により、１級の出題範囲となりました。参考のためご覧ください。

# 付表１．正規分布表




### (Ⅰ) $K_P$からP を求める表

| $K_P$ | 0.00 | 0.01 | 0.02 | 0.03 | 0.04 | 0.05 | 0.06 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 0.0 | .50000 | .49601 | .49202 | .48803 | .48405 | .48006 | .47608 |
| 0.1 | .46017 | .45620 | .45224 | .44828 | .44433 | .44038 | .43644 |
| 0.2 | .42074 | .41683 | .41294 | .40905 | .40517 | .40129 | .39743 |
| 0.3 | .38209 | .37828 | .37448 | .37070 | .36693 | .36317 | .35942 |
| 0.4 | .34458 | .34090 | .33724 | .33360 | .32997 | .32636 | .32276 |
| 0.5 | .30854 | .30503 | .30153 | .29806 | .29460 | .29116 | .28774 |
| 0.6 | .27425 | .27093 | .26763 | .26435 | .26109 | .25785 | .25463 |
| 0.7 | .24296 | .23885 | .23576 | .23270 | .22965 | .22663 | .22363 |
| 0.8 | .21186 | .20997 | .20611 | .20327 | .20045 | .19776 | .19489 |
| 0.9 | .18406 | .18141 | .17879 | .17619 | .17361 | .17106 | .16853 |
| 1.0 | .15866 | .15625 | .15386 | .15151 | .14917 | .14686 | .14457 |
| 1.1 | .13567 | .13350 | .13136 | .12924 | .12714 | .12507 | .12302 |
| 1.2 | .11507 | .11314 | .11123 | .10935 | .10749 | .10565 | .10383 |
| 1.3 | .096800 | .095098 | .093418 | .091759 | .090123 | .088508 | .086915 |
| 1.4 | .080757 | .079270 | .077804 | .076359 | .074934 | .073529 | .072145 |
| 1.5 | .066807 | .065522 | .064255 | .063008 | .061780 | .060571 | .059380 |
| 1.6 | .054799 | .053699 | .052616 | .051551 | .050503 | .049471 | .048457 |
| 1.7 | .044565 | .043633 | .042716 | .041815 | .040930 | .040059 | .039204 |
| 1.8 | .035930 | .035148 | .034380 | .033625 | .032884 | .032157 | .031443 |
| 1.9 | .028717 | .028067 | .027429 | .026803 | .026190 | .025588 | .024998 |
| 2.0 | .022750 | .022216 | .021692 | .021178 | .020675 | .020182 | .019699 |
| 2.1 | .017864 | .017429 | .017003 | .016586 | .016177 | .015778 | .015386 |
| 2.2 | .013903 | .013553 | .013209 | .012874 | .012545 | .012224 | .011911 |
| 2.3 | .010724 | .010444 | .010170 | .0099031 | .0096419 | .0093867 | .0091375 |
| 2.4 | .0081975 | .0079763 | .0077603 | .0075494 | .0073436 | .0071428 | .0069469 |
| 2.5 | .0062097 | .0060366 | .0058677 | .0057031 | .0055426 | .0053861 | .0052336 |
| 2.6 | .0046621 | .0045271 | .0043956 | .0042692 | .0041453 | .0040246 | .0039070 |
| 2.7 | .0034670 | .0033642 | .0032641 | .0031667 | .0030720 | .0029798 | .0028901 |
| 2.8 | .0025551 | .0024771 | .0020412 | .0023274 | .0022557 | .0021860 | .0021182 |
| 2.9 | .0018658 | .0018071 | .0017502 | .0016948 | .0016411 | .0015889 | .0015382 |
| 3.0 | .0013499 | .0013062 | .0012639 | .0012228 | .0011829 | .0011442 | .0011067 |

### (Ⅱ) P から$K_P$を求める表

| P | 0.001 | 0.005 | 0.010 | 0.025 | 0.050 | 0.100 | 0.200 | 0.300 | 0.400 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $K_P$ | 3.090 | 2.576 | 2.326 | 1.960 | 1.645 | 1.282 | 0.842 | 0.524 | 0.253 |