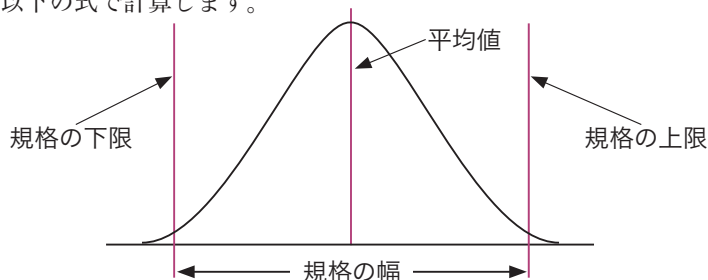


6 工程能力指数

工程能力とは、定められた規格の限度内で、製品を生産できる能力のことです。その評価を行う指標のことを**工程能力指数**といい、一般にCpの記号で表します。これはProcess Capabilityの頭文字を組み合わせたものです。Cpの値は以下の式で計算します。



(1) 両側規格の場合

$$Cp = \frac{\text{規格の上限} - \text{規格の下限}}{6 \times \text{標準偏差}}$$

ここでは、**平均値**を規格の中央にコントロールできないような場合、Cpだけでなく偏りを考慮した**Cpk**を併用します。

Cpkは下記の**片側規格**を用いて、それぞれのCpを求め、小さい値を選択します。

なお、**平均値**に近い方の**規格値**を用いて**片側規格**のCpを求めても同じ値となります。

(2) 片側規格の場合

① 上限の規格の場合 $Cpk = \frac{\text{上限} - \text{平均値}}{3 \times \text{標準偏差}}$

② 下限の規格の場合 $Cpk = \frac{\text{平均値} - \text{下限}}{3 \times \text{標準偏差}}$

[例] 上限規格値52、下限規格値20、平均値50、標準偏差3のとき、①工程能力指数Cpと②偏りを考慮した工程能力指数Cpkを求めよ。

【問6】 100人の点数の平均が60点，標準偏差が10点であった。このとき，次の①と②の答えを下の選択肢からひとつずつ選べ。ただし，点数の分布は正規分布に従っているものとする。

- ①75点以上の人はほぼ何人いるか。
 ②70点未満は何人いるか。

【選択肢】

ア. 7 イ. 8 ウ. 9 エ. 80 オ. 84 カ. 87

正解 ①ア ②オ

【問7】 確率変数 X と Y が正規分布に従うものとする。次の式について，成り立つ場合には○，そうでないものには×を記せ。

確率変数 X と Y が独立の場合

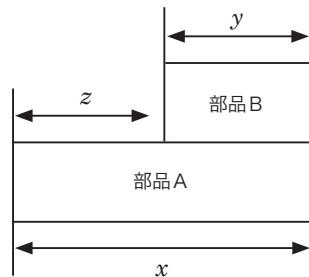
- ① $E(X - Y) = E(X) - E(Y)$
 ② $V(X + Y) = V(X) + V(Y)$

確率変数 X と Y が独立でない場合

- ③ $E(X - Y) = E(X) - E(Y)$
 ④ $V(X + Y) = V(X) + V(Y)$

正解 ①○ ②○ ③○ ④×

【問8】 部品Aと部品Bを組み立てて製品化している。この製品の品質特性は寸法 z である。寸法 x は平均10mm，標準偏差0.3mm，寸法 y は平均3mm，標準偏差0.4mmの互いに独立した正規分布をしているとき，寸法 z の平均値と標準偏差を求めよ。



正解 平均値7，標準偏差0.5

解説

【問1】それぞれ，巻末の付表から読み取る。

- ①正規分布表(II) Pから K_p を求める表より， $P = 0.025$
 ②正規分布表(II) Pから K_p を求める表より， $K_p = 1.645$
 ③t表より， $t(8, 0.05) = 2.306$ ④t表より， $\alpha = 0.01$

$$\text{合計時間の平均 } E(x+x) = E(x) + E(x) = 50 + 50 = 100$$

$$\text{合計時間の分散 } V(x+x) = V(x) + V(x) = 1 + 1 = 2$$

- ③補助器具を用いると、製品Bの製造時間は0.5倍になるということは、
下図のように部品にあてはめると、部品が $\frac{1}{2}$ になるということなので、

部品B → 部品B

$$\text{変更後の平均} = E\left(\frac{1}{2} \times 20\right) = \frac{1}{2} \times 20 = 10$$

$$\text{変更後の分散} = V\left(\frac{1}{2} \times 4\right) = \frac{1}{4} \times 4 = 1$$

【問6】

- ①75点以上は、標準化すると、 $Z = \frac{75-60}{10} = 1.5$ となる。

$$\text{正規分布表より、} Kp=1.5 \rightarrow P=0.066807$$

よって、100人の約6.7%だから約**6~7**人となるので、正解は**A**。

- ②70点以上の人を求めると、標準化すると、 $Z = \frac{70-60}{10} = 1.0$

$Kp=1.0 \rightarrow P=0.15866$ となり、70点未満の人は、 $1 - 0.15866 = 0.84134$ となる。よって、100人の約84%だから**84**人となるので、正解は**C**となる。

【問7】

2つの確率変数の「差」の期待値は、おのこの確率変数の期待値の「差」に等しくなることから、①=○、③=○となる。

2つの確率変数X、Yに対して、その和の分散は、XとYが独立であるときのみ「分散の加法性」が成り立つ。よって、②=○、④=×となる。

【問8】

$$\text{平均値 } E(z) = E(x) - E(y) = 10 - 3 = 7$$

$$\text{分散 } V(z) = V(x) + V(y)$$

$$= x \text{ の標準偏差}^2 + y \text{ の標準偏差}^2$$

$$= 0.3 \times 0.3 + 0.4 \times 0.4 = 0.25$$

$$\text{標準偏差} = \sqrt{\text{分散}} = 0.5$$

手順5 検定統計値 Z_0 の計算**手順6 判定**

検定統計値 \geq 棄却限界値 対立仮説を採択

検定統計値 $<$ 棄却限界値 帰無仮説を採択

手順7 母不適合品率の推定

点推定 $\hat{P}_A - \hat{P}_B = p_A - p_B$

信頼率95%の区間推定

$$p_A - p_B \pm Z \left(\frac{\alpha}{2} \right) \sqrt{\frac{p_A(1-p_A)}{n_A} + \frac{p_B(1-p_B)}{n_B}}$$

では、例題を解きながら、具体的に検定の手順をみていきましょう。

【例】2つの母不適合品率の違いに関する検定と推定

2つのラインで生産される自動車部品がある。各ラインからそれぞれ500個サンプルを抜き取り検査したところ、Aラインでは10個、Bラインでは15個の不適合品があった。ラインによって母不適合品率に違いがあるかどうか検討せよ。

手順1 仮説の設定

帰無仮説 $H_0: P_A = P_B$

対立仮説 $H_1: P_A \neq P_B$

手順2 有意水準の設定

$\alpha =$ 第1種の誤りを5%とする。

手順3 検定統計量の決定

$$\text{検定統計量 } Z = \frac{p_A - p_B}{\sqrt{\bar{p}(1-\bar{p})\left(\frac{1}{n_A} + \frac{1}{n_B}\right)}}$$

とおくと、 Z は標準正規分布をする。

$$p_A = \frac{x_A}{n_A}, \quad p_B = \frac{x_B}{n_B}, \quad \bar{p} = \frac{x_A + x_B}{n_A + n_B}$$

$$\hat{\lambda} \pm Z \left(\frac{\alpha}{2} \right) \frac{\sqrt{\hat{\lambda}}}{\sqrt{n}} = 0.80 \pm 1.96 \frac{\sqrt{0.80}}{\sqrt{10}}$$

$$\approx 0.80 \pm 0.554$$

よって、信頼区間は0.246～1.354

4) 2つの母不適合品数の違いに関する検定と推定

2つの母不適合数(λ_A 、 λ_B : 単位当たり欠点数)から、それぞれ n_A 単位、 n_B 単位のサンプルを抜き取り検査したところ、 n_A では不適合数の合計が T_A 、 n_B では不適合数の合計が T_B あった。このときに、2つの母不適合数 λ_A 、 λ_B に違いがあるかどうかを検定する場合、検定の手順は次のようになります。

手順1 仮説の設定

帰無仮説 $H_0: \lambda_A = \lambda_B$ 対立仮説 $H_1: \lambda_A \neq \lambda_B$

手順2 有意水準の設定

α = 第1種の誤りを5%とします。

手順3 検定統計量の決定

$$\hat{\lambda}_A = \frac{T_A}{n_A}, \quad \hat{\lambda}_B = \frac{T_B}{n_B}, \quad \hat{\lambda} = \frac{T_A + T_B}{n_A + n_B} \quad \text{とする。}$$

$$\text{検定統計量 } Z = \frac{\hat{\lambda}_A - \hat{\lambda}_B}{\sqrt{\hat{\lambda} \times \left(\frac{1}{n_A} + \frac{1}{n_B} \right)}}$$

とおくと、 Z は標準正規分布をします。

手順4 棄却域の設定

$\lambda_A \neq \lambda_B \rightarrow$ 両側検定

手順5 検定統計値 Z_0 の計算

手順6 判定

検定統計値 \geq 棄却限界値 対立仮説を採択
 検定統計値 $<$ 棄却限界値 帰無仮説を採択

手順7 母不適合品数の推定

点推定 $\hat{\lambda}_A - \hat{\lambda}_B$

信頼率95%の区間推定

$$\hat{\lambda}_A - \hat{\lambda}_B \pm Z \left(\frac{\alpha}{2} \right) \sqrt{\frac{\hat{\lambda}_A}{n_A} + \frac{\hat{\lambda}_B}{n_B}}$$

では、例題を解きながら、具体的に検定の手順をみていきましょう。

[例] 2つの母不適合品数の違いに関する検定と推定

ある会社には2つのA工場、B工場がある。A工場では過去1年間で災害が15件、B工場では直近の10か月で24件発生した。工場によって災害発生件数に違いがあるのかどうかを検定する。

手順1 仮説の設定

帰無仮説 $H_0: \lambda_A = \lambda_B$

対立仮説 $H_1: \lambda_A \neq \lambda_B$

λ_A = A工場の1か月当たりの災害件数

λ_B = B工場の1か月当たりの災害件数

手順2 有意水準の設定

α = 第1種の誤りを5%とする。

手順3 検定統計量の決定

$$\hat{\lambda}_A = \frac{T_A}{n_A} = \frac{15}{12} = 1.25, \quad \hat{\lambda}_B = \frac{T_B}{n_B} = \frac{24}{10} = 2.40$$

$$\hat{\lambda} = \frac{T_A + T_B}{n_A + n_B} = \frac{39}{22} \doteq 1.773$$

$$\text{検定統計量 } Z = \frac{\hat{\lambda}_A - \hat{\lambda}_B}{\sqrt{\hat{\lambda} \times \left(\frac{1}{n_A} + \frac{1}{n_B} \right)}}$$

とおくと、Zは標準正規分布をする。

手順4 棄却域の設定

$\lambda_A \neq \lambda_B$ → 両側検定

$\alpha = 0.05$ のとき正規分布表より、棄却限界値 = ± 1.960

(4) 次の にあてはまるものを、選択肢からひとつ選べ。
検定の判定は 。

【選択肢】

- ア. 有意となったので、回帰に意味がある
イ. 有意とならなかったため、回帰に意味がない

正解 ア

(5) 回帰直線の式を求めよ。

正解 $y = 60 + 7x$

【問3】 回帰に関するデータ構造モデルは、 $y_i = \alpha + \beta x_i + \varepsilon_i$ で表わされる。 α は常数(切片)、 β は母回帰係数を表している。また、残差変量 ε_i は正規母集団 $N(0, \sigma^2)$ に従い、 i が異なれば互いに独立な変量だと仮定する。

10組のサンプルの統計量は、下記の通りである。

$$\bar{x} = 10, S_x = 100, \bar{y} = 60, S_y = 1700, S_{xy} = 400$$

このとき、次の設問(1)~(5)に答えよ。

(1) β の最小二乗法による推定値を b とすると、 b の値を求めよ。

(2) α の最小二乗法による推定値を a とすると、 a の値を求めよ。

(3) 寄与率(決定係数)を求めよ。

(4) 残差平方和 S_E を求めよ。

(5) 残差標準偏差 S_e を求めよ。

正解 (1) 4 (2) 20 (3) 0.94 (4) 100 (5) 3.54

(3) また、回帰直線 $y = a + b x$ の切片に相当する a は となる。

(4) 回帰直線の寄与率は となる。

(5) 変数 $x = 3$ のとき、 y の点推定は と予想される。

【選択肢】

ア. 0.50 イ. 0.64 ウ. 0.80 エ. 0.82
 オ. 0.84 カ. 0.893 キ. 3.24 ク. 3.48

正解 ①カ ②カ ③ウ ④ウ ⑤ク

[問5] 残差の検討に関する次の文章において、空欄①～⑤にあてはまる最も適切な語句を選択肢から選べ。ただし、各選択肢を複数回用いることはない。

回帰分析で得られた回帰式がどの程度の精度かを表す指標として寄与率がある。寄与率(R)は次の式で求められる。

$$R = \frac{\text{①}}{\text{②}}$$

残差に関しては次のことを検討する。「残差のゆがみを調べるために をつくる」「残差の時間的变化にクセがあるかどうかを調べるために プロットをつくる」「残差と説明変数の関係を調べるために をつくる」

【選択肢】

ア. 折れ線グラフ イ. パレート図 ウ. ヒストグラム
 エ. 行列 オ. 散布図 カ. 残差による変動
 キ. 総変動 ク. 回帰による変動

正解 ①ク ②キ ③ウ ④ア ⑤オ

$$\textcircled{8} : \text{分散比} = \frac{4900}{300} \approx \mathbf{16.33}$$

$$\textcircled{9} : \text{総平方和} = S_T = \mathbf{7000}$$

①～⑨の数値を表4.7分散分析表にあてはめると、次のようになる。

	平方和	自由度	不偏分散	分散比
回帰	4900	1	4900	16.33
残差	2100	7	300	
計	7000	8		

(2) 帰無仮説 $H_0 : \beta = 0$ 対立仮説 $H_1 : \beta \neq 0$

(3) F表より, $F(1, 7; 0.05) = \mathbf{5.59}$

(4) $F_0 = 16.33 > F(1, 7; 0.05) = \mathbf{5.59}$ となり,
ア. 有意となったので、回帰に意味がある となる。

(5) 回帰式を $y = a + b x$ とすると,

$$\text{回帰係数 } b : b = \frac{S_{xy}}{S_x} = \frac{700}{100} = 7$$

$$\begin{aligned} \text{切片 } a : a &= y \text{ の平均値} - b \times (x \text{ の平均値}) \\ &= 200 - 7 \times 20 = 60 \end{aligned}$$

となり, 回帰式は, $y = \mathbf{60 + 7 x}$ となる。

【問3】

(1) $b = \frac{S_{xy}}{S_x}$ である。よって, $b = \frac{400}{100} = \mathbf{4}$ となる。

(2) $a = y - b \times x$ である。よって, $a = 60 - 4 \times 10 = \mathbf{20}$ となる。

(3) 寄与率 $= 1 - \frac{S_E}{S_T} = \frac{S_R}{S_T} = R^2$ (決定係数)

$$R^2 \text{ (決定係数)} = r^2 \text{ (相関係数)}$$

$$R^2 = \frac{(S_{xy})^2}{S_x \times S_y} = \frac{400 \times 400}{100 \times 1700} \approx \mathbf{0.94}$$
 となる。

(4) 残差平方和 S_E は,

$$S_E = S_y - \frac{(S_{xy})^2}{S_x} = 1700 - \frac{400 \times 400}{100} = \mathbf{100}$$
 となる。

(5) 残差標準偏差 s_e は

$$s_e = \sqrt{\frac{S_E}{n-2}} \quad \text{である。よって、} s_e = \sqrt{\frac{100}{8}} \doteq 3.54 \quad \text{となる。}$$

【問4】

(1) x と y の相関係数 r の式は、 $r = \frac{S_{xy}}{\sqrt{S_x} \sqrt{S_y}}$

$$S_x = \sum x^2 - \frac{(\sum x)^2}{n} = 197 - \frac{39 \times 39}{9} = 28$$

$$S_y = \sum y^2 - \frac{(\sum y)^2}{n} = 224 - \frac{42 \times 42}{9} = 28$$

$$S_{xy} = \sum x \cdot y - \frac{(\sum x)(\sum y)}{n} = 207 - \frac{39 \times 42}{9} = 25$$

$$r = \frac{25}{\sqrt{28} \sqrt{28}} \doteq 0.893 \quad \text{よって、正解はカ。}$$

(2) $b = \frac{S_{xy}}{S_x} = \frac{25}{28} \doteq 0.893$ よって、正解はカ。

(3) $a = \bar{y} - 0.893 \times \bar{x} = 4.67 - 0.893 \times 4.33 \doteq 0.80$ よって、正解はウ。

(4) 寄与率は相関係数 r の2乗なので、

$$r^2 = \frac{(S_{xy})^2}{S_x \times S_y} = \frac{25 \times 25}{28 \times 28} \doteq 0.80 \quad \text{よって、正解はウ。}$$

(5) $x = 3$ のとき、 $y = 0.80 + 0.893 \times 3 \doteq 3.48$ よって、正解はク。

【問5】

①② 寄与率 = $\frac{\text{ク. 回帰による変動}}{\text{キ. 総変動}}$

③ 残差の **ウ. ヒストグラム** (度数分布図) で、ゆがみなどの有無を確認します。

④ 残差を時系列に並べて打点した **ア. 折れ線グラフ** で、測定の順番による影響を確認します。

⑤ 残差と説明変数 (x) の **オ. 散布図** で、そこに何らかの傾向がないかどうかを確認します。

と各因子のF表から読み取れる棄却限界値を比べます(それぞれの値は次のとおり)。

因子AのF表の値 : $F(3, 12; 0.05) = 3.49$

因子BのF表の値 : $F(2, 12; 0.05) = 3.89$

交互作用のF表の値 : $F(6, 12; 0.05) = 3.00$

今回の場合は、A、B因子、A×B交互作用の分散比の数値 > F表の値なので、「A、Bの水準間、交互作用A×Bに有意な差が見られる」と判定します(有意水準5%)。

(2) 推定

(1)で分散分析を行った結果、因子A、因子B、交互作用A×Bは有意となりましたので、AとBそれぞれ別に、各水準の母平均 μ を信頼度95%で推定します。その手順は次のとおりです。

手順1 最適な組み合わせ条件を選定します。

特性値は大きい方がよいので、 A_3 と B_2 の組み合わせを選びます。

手順2 最適条件での母平均を推定します。

今回は、A×Bが有意なので、最適条件 A_3B_2 において、

①母平均の μ の点推定を、次の式より求めます。

$$\hat{\mu}(A_3B_2) = A_3B_2 \text{の平均値} = \frac{21+22}{2} = 21.5$$

②母平均の μ の区間推定を信頼度95%で推定します。母平均の信頼区間の幅を信頼率95%で次の式より求めます。

$$t(\phi_e, 0.05) \times \sqrt{\frac{V_e}{n_e}}$$

有効反復係数 $n_e = \frac{a b n}{(1 + \phi_A + \phi_B + \phi_{A \times B})}$ ……田口の公式(ただし、
a : A水準数、b : B水準数、n : 繰り返し数)

$$\text{計算すると、} n_e = \frac{4 \times 3 \times 2}{12} = 2$$

$$t(12, 0.05) \times \sqrt{\frac{0.63}{2}} \doteq 2.179 \times 0.561 \doteq 1.22$$

よって、最適条件 A_3B_2 での母平均は、 $20.28 < \mu_{A_3B_2} < 22.72$ と区間推定されます(信頼率95%)。

6 調整型抜き取り検査

調整型抜き取り検査とは、過去の検査の品質実績から合理的な検査を行うものです。よい品質のロットであれば、検査を緩和(サンプル数を少なく)したり、逆に悪い品質のロットであれば検査を厳しく(サンプル数を多く)したりして、そこから得られた実績を検査水準にフィードバックする抜き取り検査方式です。

具体的には、その方法は、「JIS Z 9015-1」にて定められています。JIS Z 9015-1とは、ロットごとの検査に対する「AQL指標型抜き取り検査方式」と呼ばれるものです。JIS Z 9015-1では、品質指標としてAQLを使用します。AQLとは、Acceptable Quality Levelの略で、「合格品質水準」を意味します。工程平均として十分だと考えられる**不良率の上限**や、合格することのできる**最低限の品質**を指し、つまり、ロットの品質などに応じて、受け取り側が、検査基準を「なみ」「きつい」「ゆるい」と調整できる抜き取り検査方式です。

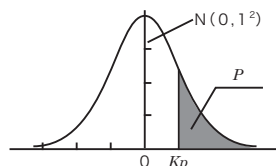
例を挙げながら説明します。まず、検査するロットサイズに従って、**付表8**「**サンプル文字**」から、サンプルサイズ文字を探します。たとえばロットサイズが500個であれば、通常検査水準Ⅱの欄を見て、文字がHであることを確認します(一般的用途としては、通常検査水準Ⅱを使用します。下の**表6.1**を参照)。

表6.1 サンプル文字

ロットサイズ	特別検査水準				通常検査水準		
	S - 1	S - 2	S - 3	S - 4	I	II	III
2~8	A	A	A	A	A	A	B
9~15	A	A	A	A	A	B	C
16~25	A	A	B	B	B	C	D
26~50	A	B	B	C	C	D	E
51~90	B	B	C	C	C	E	F
91~150	B	B	C	D	D	F	G
151~280	B	C	D	E	E	G	H
281~500	B	C	D	E	F	H	J
501~1200	C	C	E	F	G	J	K
1201~3200	C	D	E	G	H	K	L
3201~10000	C	D	F	G	J	L	M
10001~35000	C	D	F	H	K	M	N
35001~150000	D	E	G	I	L	N	P
150001~500000	D	E	G	J	M	P	Q
500001以上	D	E	H	K	N	Q	R

※調整型抜き取り検査はレベル表の改訂により、1級の出題範囲となりました。参考のためご覧ください。

付表 1. 正規分布表



(I) K_p から P を求める表

K_p	0.00	0.01	0.02	0.03	0.04	0.05	0.06
0.0	.50000	.49601	.49202	.48803	.48405	.48006	.47608
0.1	.46017	.45620	.45224	.44828	.44433	.44038	.43644
0.2	.42074	.41683	.41294	.40905	.40517	.40129	.39743
0.3	.38209	.37828	.37448	.37070	.36693	.36317	.35942
0.4	.34458	.34090	.33724	.33360	.32997	.32636	.32276
0.5	.30854	.30503	.30153	.29806	.29460	.29116	.28774
0.6	.27425	.27093	.26763	.26435	.26109	.25785	.25463
0.7	.24296	.23885	.23576	.23270	.22965	.22663	.22363
0.8	.21186	.20997	.20611	.20327	.20045	.19776	.19489
0.9	.18406	.18141	.17879	.17619	.17361	.17106	.16853
1.0	.15866	.15625	.15386	.15151	.14917	.14686	.14457
1.1	.13567	.13350	.13136	.12924	.12714	.12507	.12302
1.2	.11507	.11314	.11123	.10935	.10749	.10565	.10383
1.3	.096800	.095098	.093418	.091759	.090123	.088508	.086915
1.4	.080757	.079270	.077804	.076359	.074934	.073529	.072145
1.5	.066807	.065522	.064255	.063008	.061780	.060571	.059380
1.6	.054799	.053699	.052616	.051551	.050503	.049471	.048457
1.7	.044565	.043633	.042716	.041815	.040930	.040059	.039204
1.8	.035930	.035148	.034380	.033625	.032884	.032157	.031443
1.9	.028717	.028067	.027429	.026803	.026190	.025588	.024998
2.0	.022750	.022216	.021692	.021178	.020675	.020182	.019699
2.1	.017864	.017429	.017003	.016586	.016177	.015778	.015386
2.2	.013903	.013553	.013209	.012874	.012545	.012224	.011911
2.3	.010724	.010444	.010170	.0099031	.0096419	.0093867	.0091375
2.4	.0081975	.0079763	.0077603	.0075494	.0073436	.0071428	.0069469
2.5	.0062097	.0060366	.0058677	.0057031	.0055426	.0053861	.0052336
2.6	.0046621	.0045271	.0043956	.0042692	.0041453	.0040246	.0039070
2.7	.0034670	.0033642	.0032641	.0031667	.0030720	.0029798	.0028901
2.8	.0025551	.0024771	.0024042	.0023274	.0022557	.0021860	.0021182
2.9	.0018658	.0018071	.0017502	.0016948	.0016411	.0015889	.0015382
3.0	.0013499	.0013062	.0012639	.0012228	.0011829	.0011442	.0011067

(II) P から K_p を求める表

P	0.001	0.005	0.010	0.025	0.050	0.100	0.200	0.300	0.400
K_p	3.090	2.576	2.326	1.960	1.645	1.282	0.842	0.524	0.253