

手順3 分散分析表の作成(平方和、自由度、平均平方、分散比の計算)

まず、各平方和を計算します。

$$S_T = \Sigma (\text{データの二乗}) - CT = 582 - 512 = 70$$

$$\begin{aligned} S_A &= \Sigma \frac{(A_i \text{のデータの合計})^2}{A_i \text{のデータ数}} - CT \\ &= \frac{38^2 + 26^2}{4} - 512 = \frac{2120}{4} - 512 = 18 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} S_B &= \Sigma \frac{(B_j \text{のデータの合計})^2}{B_j \text{のデータ数}} - CT \\ &= \frac{10^2 + 18^2 + 23^2 + 13^2}{2} - 512 = \frac{1122}{2} - 512 = 49 \end{aligned}$$

$$S_e = S_T - S_A - S_B = 70 - 18 - 49 = 3$$

次に、各自由度を計算します。

$$\phi_T = \text{総データ数} - 1 = 8 - 1 = 7$$

$$\phi_A = \text{水準数} - 1 = 2 - 1 = 1$$

$$\phi_B = \text{水準数} - 1 = 4 - 1 = 3$$

$$\phi_e = \phi_T - \phi_A - \phi_B = 7 - 1 - 3 = 3$$

続いて、平均平方と分散比を計算します。

$$V_A = S_A / \phi_A = 18 / 1 = 18$$

$$V_B = S_B / \phi_B = 49 / 3 \doteq 16.3$$

$$V_e = S_e / \phi_e = 3 / 3 = 1$$

これにより、分散比は、

$$A: F_0 = V_A / V_e = 18 / 1 = 18$$

$$B: F_0 = V_B / V_e = 16.3 / 1 = 16.3$$

よって、分散分析表は下表のとおりとなります。

要因	平方和	自由度	平均平方	分散比
因子A	18	1	18	18
因子B	49	3	16.3	16.3
誤差e	3	3	1	
合計	70	7		

手順4 分散分析結果の判定

手順3で得た分散比 $A: F_0 = 18$ 、 $B: F_0 = 16.3$ と F 表の $F(\phi_A, \phi_e; \alpha) = F(1, 3; 0.05) = 10.1$ 、 $F(\phi_B, \phi_e; \alpha) = F(3, 3; 0.05) = 9.28$ を比較すると、

$$A: F_0 = 18 > F(1, 3; 0.05) = 10.1$$

$$B: F_0 = 16.3 > F(3, 3; 0.05) = 9.28$$

となるので、**有意な差がある**と判定できます。

②推定**手順1 最適な組み合わせ条件の選定**

特性値が大きい方がよいので、データの合計表において最大値となる $A_1 B_3$ を選定します。

手順2 点推定

①分散分析の結果、因子Aは有意となったので、各水準の母平均 μ を信頼度95%で推定します。母平均=各水準の平均値であることから、

$$A_1 \text{水準の母平均} = 38 / 4 = 9.5 \quad A_2 \text{水準の母平均} = 26 / 4 = 6.5$$

$$B_1 \text{水準の母平均} = 10 / 2 = 5 \quad B_2 \text{水準の母平均} = 18 / 2 = 9$$

$$B_3 \text{水準の母平均} = 23 / 2 = 11.5 \quad B_4 \text{水準の母平均} = 13 / 2 = 6.5$$

手順3 区間推定

各水準の母平均 μ の信頼区間幅を信頼度95%で表すと以下の式となります。

$$\widehat{\mu}_{Ai} - t(\phi_e, 0.05) \sqrt{\frac{V_e}{n_i}} < \mu_{Ai} < \widehat{\mu}_{Ai} + t(\phi_e, 0.05) \sqrt{\frac{V_e}{n_i}}$$

$$\widehat{\mu}_{Bj} - t(\phi_e, 0.05) \sqrt{\frac{V_e}{n_j}} < \mu_{Bj} < \widehat{\mu}_{Bj} + t(\phi_e, 0.05) \sqrt{\frac{V_e}{n_j}}$$

($\widehat{\mu}_{Ai}$ 、 $\widehat{\mu}_{Bj}$ は点推定を示す。 n_i 、 n_j : 各水準の繰り返し数)

Aの場合、 $(\phi_e, 0.05) \sqrt{V_e / n_i}$ において、①分散分析の手順3で得た、 $\phi_e = 3$ 、 $V_e = 1$ 、 $n_i = 4$ を代入すると、

$$t(3, 0.05) \sqrt{\frac{1}{4}} \doteq 3.182 \times 0.5 \doteq 1.591 \quad \text{となる。}$$

Bの場合、 $(\phi_e, 0.05) \sqrt{V_e / n_j}$ において、①分散分析の手順3で得た、 $\phi_e = 3$ 、 $V_e = 1$ 、 $n_j = 2$ を代入すると、

$$t(3, 0.05) \sqrt{\frac{1}{2}} = 3.182 \times 0.707 = 2.250 \quad \text{となる。}$$

- A_1 水準の母平均の区間推定
 $9.5 - 1.591 < \mu_{A_1} < 9.5 + 1.591$ $7.909 < \mu_{A_1} < 11.091$
- A_2 水準の母平均の区間推定
 $6.5 - 1.591 < \mu_{A_2} < 6.5 + 1.591$ $4.909 < \mu_{A_2} < 8.091$
- B_1 水準の母平均の区間推定
 $5 - 2.250 < \mu_{B_1} < 5 + 2.250$ $2.750 < \mu_{B_1} < 7.250$
- B_2 水準の母平均の区間推定
 $9 - 2.250 < \mu_{B_2} < 9 + 2.250$ $6.750 < \mu_{B_2} < 11.250$
- B_3 水準の母平均の区間推定
 $11.5 - 2.250 < \mu_{B_3} < 11.5 + 2.250$ $9.250 < \mu_{B_3} < 13.750$
- B_4 水準の母平均の区間推定
 $6.5 - 2.250 < \mu_{B_4} < 6.5 + 2.250$ $4.250 < \mu_{B_4} < 8.750$

手順4 最適条件での母平均の推定

母平均 μ の点推定を以下の式から求めます。 $\widehat{\mu_{A_1 B_3}} = A_1$ 水準の平均値 + B_3

水準の平均値 - 総平均値 = $9.5 + 11.5 - 8 = 13.0$

母平均 μ の区間推定 (信頼度95%)

母平均の区間推定 $\widehat{\mu_{A_1 B_3}}$ を以下の式から求めます。

$$\widehat{\mu_{A_1 B_3}} - t(\phi_e, 0.05) \sqrt{V_e / n_e} \leq \mu_{A_1 B_3} \leq \widehat{\mu_{A_1 B_3}} + t(\phi_e, 0.05) \sqrt{V_e / n_e}$$

n_e は「有効反復係数」で、次の式で求められます。

有効反復係数 $n_e = ab / (1 + \phi_A + \phi_B)$ (田口の公式)

(a : A の水準数、 b : B の水準数)

(有効反復係数と田口の公式についてはP.142参照)

n_e を計算すると、 $n_e = ab / (1 + \phi_A + \phi_B) = 2 \times 4 / (1 + 1 + 3) = 1.6$

$t(\phi_e, 0.05) \sqrt{V_e / n_e}$ を計算します。 $t(\phi_e, 0.05) \sqrt{V_e / n_e} = t(3, 0.05) \times$

$\sqrt{1/1.6} \approx 3.182 \times 0.791 \approx 2.52$ $13.0 - 2.52 \leq \mu_{A_1 B_3} \leq 13.0 + 2.52$

$10.48 \leq \mu_{A_1 B_3} \leq 15.52$

6) 二元配置実験(繰り返しあり)

2つの因子 A 、 B について、それぞれ a 個の水準、 b 個の水準を選び、全部で $a \times b$ 個の組み合わせの実験をランダムに繰り返して行います。

水準数 $a = 4$ 、 $b = 3$ 、繰り返し数2回とすると、 A_i の第 i 水準、 B_j の第 j 水準を組み合わせた水準の下で行った実験のデータ x_{ijk} は、次の構造式で観測されると考え、データ表は以下のとおりとなります。

データ = 総平均 + 処理の効果 + 交互作用 + 誤差

$$x_{ijk} = \mu + \alpha_i + \beta_j + (\alpha\beta)_{ij} + \varepsilon_{ijk}$$

繰り返しのある場合は、要因 A 、 B の主効果だけでなく、交互作用も調べることができます。

データ表

	B_1	B_2	B_3
A_1	x_{111}	x_{211}	x_{311}
	x_{112}	x_{212}	x_{312}
A_2	x_{121}	x_{221}	x_{321}
	x_{122}	x_{222}	x_{322}
A_3	x_{131}	x_{231}	x_{331}
	x_{132}	x_{232}	x_{332}
A_4	x_{141}	x_{241}	x_{341}
	x_{142}	x_{242}	x_{342}

要因	平方和 S	自由度 ϕ	平均平方 V	分散比 F_0
因子 A	$S_A = \Sigma \frac{(A_i \text{のデータの合計})^2}{A_i \text{のデータ数}} - CT$	$\phi_A = \text{水準数} - 1$	$V_A = \frac{S_A}{\phi_A}$	$F_0 = \frac{V_A}{V_e}$
因子 B	$S_B = \Sigma \frac{(B_j \text{のデータの合計})^2}{B_j \text{のデータ数}} - CT$	$\phi_B = \text{水準数} - 1$	$V_B = \frac{S_B}{\phi_B}$	$F_0 = \frac{V_B}{V_e}$
交互作用 $A \times B$	$S_{A \times B} = S_{AB} - S_A - S_B$ $S_{AB} = \Sigma \frac{(AB \text{二元表の各数値})^2}{\text{繰り返し数}} - CT$	$\phi_{A \times B} = \phi_A \times \phi_B$	$V_{A \times B} = \frac{S_{A \times B}}{\phi_{A \times B}}$	$F_0 = \frac{V_{A \times B}}{V_e}$
誤差 e	$S_e = S_T - S_A - S_B - S_{A \times B}$	$\phi_e = \phi_T - \phi_A - \phi_B - \phi_{A \times B}$	$V_e = \frac{S_e}{\phi_e}$	
合計	$S_T = \Sigma (\text{データの二乗}) - CT$	$\phi_T = \text{総データ数} - 1$		

変動の分解

総変動 (総平方和)	因子 A による変動	A 因子の級間平方和 S_A
	因子 B による変動	B 因子の級間平方和 S_B
	交互作用 $A \times B$ による変動	交互作用 $A \times B$ の平方和 $S_{A \times B}$
	級内変動	誤差平方和 S_e