手順3 分散分析表の作成(平方和、自由度、平均平方、分散比の計算)

まず、各平方和を計算します。

$S_T = \Sigma$(データの二乗)$- CT = 582 - 512 = 70$

$$S_A = \Sigma \frac{(A_i\text{のデータの合計})^2}{A_i\text{のデータ数}} - CT$$

$$= \frac{38^2+26^2}{4} - 512 = \frac{2120}{4} - 512 = 18$$

$$S_B = \Sigma \frac{(B_j\text{のデータの合計})^2}{B_j\text{のデータ数}} - CT$$

$$= \frac{10^2+18^2+23^2+13^2}{2} - 512 = \frac{1122}{2} - 512 = 49$$

$S_e = S_T - S_A - S_B = 70 - 18 - 49 = 3$

次に、各自由度を計算します。

ϕ_T=総データ数$-1=8-1=7$

ϕ_A=水準数$-1=2-1=1$

ϕ_B=水準数$-1=4-1=3$

$\phi_e = \phi_T - \phi_A - \phi_B = 7-1-3=3$

続いて、平均平方と分散比を計算します。

$V_A = S_A / \phi_A = 18/1 = 18$

$V_B = S_B / \phi_B = 49/3 \fallingdotseq 16.3$

$V_e = S_e / \phi_e = 3/3 = 1$

これにより、分散比は、

$A: F_0 = V_A / V_e = 18/1 = 18$

$B: F_0 = V_B / V_e = 16.3/1 = 16.3$

よって、分散分析表は下表のとおりとなります。

要因	平方和	自由度	平均平方	分散比
因子A	18	1	18	18
因子B	49	3	16.3	16.3
誤差e	3	3	1	
合計	70	7		

手順4 分散分析結果の判定

手順3で得た分散比$A: F_0=18$、$B: F_0=16.3$とF表の$F(\phi_A, \phi_e; \alpha) = F(1, 3; 0.05) = 10.1$、$F(\phi_B, \phi_e; \alpha) = F(3, 3; 0.05) = 9.28$を比較すると、

$A: F_0 = 18 > F(1, 3; 0.05) = 10.1$

$B: F_0 = 16.3 > F(3, 3; 0.05) = 9.28$

となるので、**有意な差がある**と判定できます。

②推定

手順1 最適な組み合わせ条件の選定

特性値が大きい方がよいので、データの合計表において最大値となるA_1B_3を選定します。

手順2 点推定

①分散分析の結果、因子Aは有意となったので、各水準の母平均μを信頼度95%で推定します。母平均=各水準の平均値であることから、

A_1水準の母平均$=38/4=9.5$　A_2水準の母平均$=26/4=6.5$

B_1水準の母平均$=10/2=5$　B_2水準の母平均$=18/2=9$

B_3水準の母平均$=23/2=11.5$　B_4水準の母平均$=13/2=6.5$

手順3 区間推定

各水準の母平均μの信頼区間幅を信頼度95%で表すと以下の式となります。

$$\widehat{\mu_{Ai}} - t(\phi_e, 0.05)\sqrt{\frac{V_e}{n_i}} < \mu_{Ai} < \widehat{\mu_{Ai}} + t(\phi_e, 0.05)\sqrt{\frac{V_e}{n_i}}$$

$$\widehat{\mu_{Bj}} - t(\phi_e, 0.05)\sqrt{\frac{V_e}{n_j}} < \mu_{Bj} < \widehat{\mu_{Bj}} + t(\phi_e, 0.05)\sqrt{\frac{V_e}{n_j}}$$

($\widehat{\mu_{Ai}}$、$\widehat{\mu_{Bj}}$は点推定を示す。n_i、n_j:各水準の繰り返し数)

Aの場合、$(\phi_e, 0.05)\sqrt{V_e/n_i}$において、①分散分析の手順3で得た、$\phi_e=3$、$V_e=1$、$n_i=4$を代入すると、

$t(3, 0.05)\sqrt{\frac{1}{4}} \fallingdotseq 3.182 \times 0.5 \fallingdotseq 1.591$　となる。

Bの場合、$(\phi_e, 0.05)\sqrt{V_e/n_j}$において、①分散分析の手順3で得た、$\phi_e=3$、$V_e=1$、$n_j=2$を代入すると、

$t(3, 0.05)\sqrt{\frac{1}{2}} = 3.182 \times 0.707 = 2.107$　となる。

- A_1水準の母平均の区間推定

$9.5-1.591<\mu_{A_1}<9.5+1.591$　　$7.909<\mu_{A_1}<11.091$

- A_2水準の母平均の区間推定

$6.5-1.591<\mu_{A_2}<6.5+1.591$　　$4.909<\mu_{A_2}<8.091$

- B_1水準の母平均の区間推定

$5-2.170<\mu_{B_1}<5+2.170$　　$2.830<\mu_{B_1}<7.170$

- B_2水準の母平均の区間推定

$9-2.170<\mu_{B_2}<9+2.170$　　$6.830<\mu_{B_2}<11.170$

- B_3水準の母平均の区間推定

$11.5-2.170<\mu_{B_3}<11.5+2.170$　　$9.330<\mu_{B_3}<13.670$

- B_4水準の母平均の区間推定

$6.5-2.170<\mu_{B_4}<6.5+2.170$　　$4.330<\mu_{B_4}<8.670$

手順4 最適条件での母平均の推定

母平均μの点推定を以下の式から求めます。$\widehat{\mu_{A_1B_3}}=A_1$水準の平均値$+B_3$水準の平均値－総平均値$=9.5+11.5-8=13.0$

母平均μの区間推定(信頼度95%)

母平均の区間推定$\widehat{\mu_{A_1B_3}}$を以下の式から求めます。

$\widehat{\mu_{A_1B_3}}-t(\phi_e, 0.05)\sqrt{V_e/n_e}\leqq\mu_{A_1B_3}\leqq\widehat{\mu_{A_1B_3}}+t(\phi_e, 0.05)\sqrt{V_e/n_e}$

n_eは「有効反復係数」で、次の式で求められます。

有効反復係数$n_e=ab/(1+\phi_A+\phi_B)$(田口の公式)

(a：Aの水準数、b：Bの水準数)

(有効反復係数と田口の公式についてはP.142参照)

n_eを計算すると、$n_e=ab/(1+\phi_A+\phi_B)=2\times4/(1+1+3)=1.6$

$t(\phi e, 0.05)\sqrt{V_e/n_e}$を計算します。$t(\phi e, 0.05)\sqrt{V_e/n_e}=t(3, 0.05)\times\sqrt{1/1.6}\fallingdotseq3.182\times0.791\fallingdotseq2.52$　　$13.0-2.52\leqq\mu_{A_1B_3}\leqq13.0+2.52$

$10.48\leqq\mu_{A_1B_3}\leqq15.52$

6）二元配置実験(繰り返しあり)

2つの因子A、Bについて、それぞれa個の水準、b個の水準を選び、全部で$a\times b$個の組み合わせの実験をランダムに繰り返して行います。

水準数$a=4$、$b=3$、繰り返し数2回とすると、A_iの第i水準、B_jの第j水準を組み合わせた水準の下で行った実験のデータx_{ijk}は、次の構造式で観測されると考え、データ表は以下のとおりとなります。

データ＝総平均　＋処理の効果　＋交互作用　＋誤差

$x_{ijk}\ =\ \mu\quad+\alpha_i+\beta_j\quad+(\alpha\beta)_{ij}\quad+\varepsilon_{ijk}$

繰り返しのある場合は、要因A、Bの主効果だけでなく、交互作用も調べることができます。

データ表

	B_1	B_2	B_3
A_1	x_{111}	x_{211}	x_{311}
	x_{112}	x_{212}	x_{312}
A_2	x_{121}	x_{221}	x_{321}
	x_{122}	x_{222}	x_{322}
A_3	x_{131}	x_{231}	x_{331}
	x_{132}	x_{232}	x_{332}
A_4	x_{141}	x_{241}	x_{341}
	x_{142}	x_{242}	x_{342}

要因	平方和S	自由度ϕ	平均平方V	分散比F_0
因子A	$S_A=\Sigma\dfrac{(A_i\text{のデータの合計})^2}{A_i\text{のデータ数}}-CT$	ϕ_A＝水準数－1	$V_A=\dfrac{S_A}{\phi_A}$	$F_0=\dfrac{V_A}{V_e}$
因子B	$S_B=\Sigma\dfrac{(B_j\text{のデータの合計})^2}{B_j\text{のデータ数}}-CT$	ϕ_B＝水準数－1	$V_B=\dfrac{S_B}{\phi_B}$	$F_0=\dfrac{V_B}{V_e}$
交互作用$A\times B$	$S_{A\times B}=S_{AB}-S_A-S_B$ $S_{AB}=\Sigma\dfrac{(AB\text{二元表の各数値})^2}{\text{繰り返し数}}-CT$	$\phi_{A\times B}=\phi_A\times\phi_B$	$V_{A\times B}=\dfrac{S_{A\times B}}{\phi_{A\times B}}$	$F_0=\dfrac{V_{A\times B}}{V_e}$
誤差e	$S_e=S_T-S_A-S_B-S_{A\times B}$	$\phi_e=\phi_T-\phi_A-\phi_B-\phi_{A\times B}$	$V_e=\dfrac{S_e}{\phi_e}$	
合計	$S_T=\Sigma$(データの二乗)$-CT$	ϕ_T＝総データ数－1		

変動の分解

総変動(総平方和)	因子Aによる変動	A因子の級間平方和S_A
	因子Bによる変動	B因子の級間平方和S_B
	交互作用$A\times B$による変動	交互作用$A\times B$の平方和$S_{A\times B}$
	級内変動	誤差平方和Se