

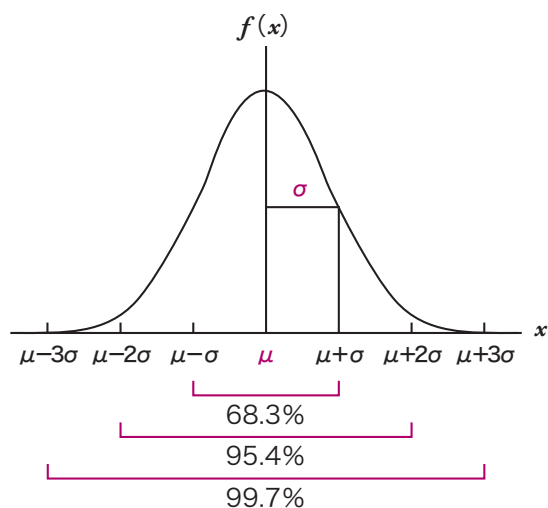
正規分布は、横軸に確率変数、縦軸に確率密度をとる、母平均 $=\mu$ 、母分散 $=\sigma^2$ によって定まる分布で、 $N(\mu, \sigma^2)$ と表します。正規分布で、変数 x が $N(\mu, \sigma^2)$ に従うとき、その**期待値**と**分散**はそれぞれ、

- 期待値 $E(x) = \mu$
- 分散 $V(x) = \sigma^2$

となります。

また、正規分布においては、

- 平均 $\pm 1 \times$ 標準偏差 σ の範囲に全体の約68.3%が含まれ、
 - 平均 $\pm 2 \times$ 標準偏差 σ の範囲に全体の約95.4%が含まれ、
 - 平均 $\pm 3 \times$ 標準偏差 σ の範囲に全体の約99.7%が含まれる
- ということがわかっています(下図参照)。



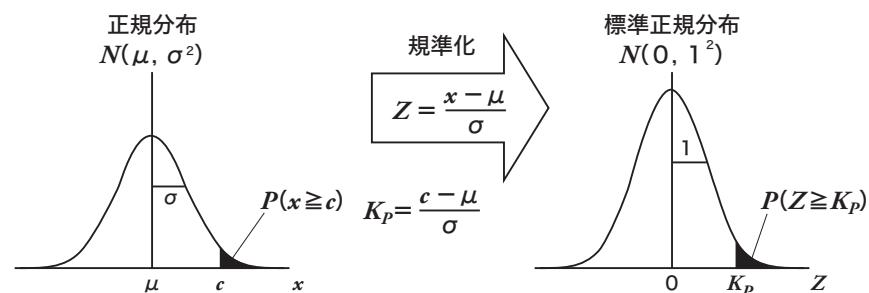
※期待値は、1回の試行で得られると期待される数値の平均値。

例：サイコロの目の平均値、宝くじの賞金の平均額

なお、

$$Z = \frac{x - \mu}{\sigma} = \frac{\text{平均との差}}{\text{標準偏差}}$$

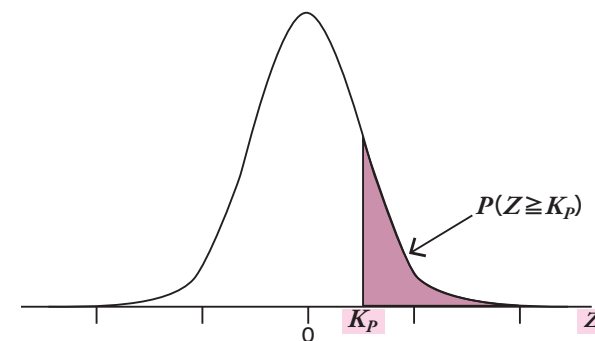
とすると、確率変数 Z は、期待値 $E(Z)$ (平均値) $=0$ 、分散 $V(Z)=1^2$ の正規分布に従うことになります。このような正規分布 $N(0, 1^2)$ を**標準正規分布**といい、この変換を**規準化**または**標準化**といいます。

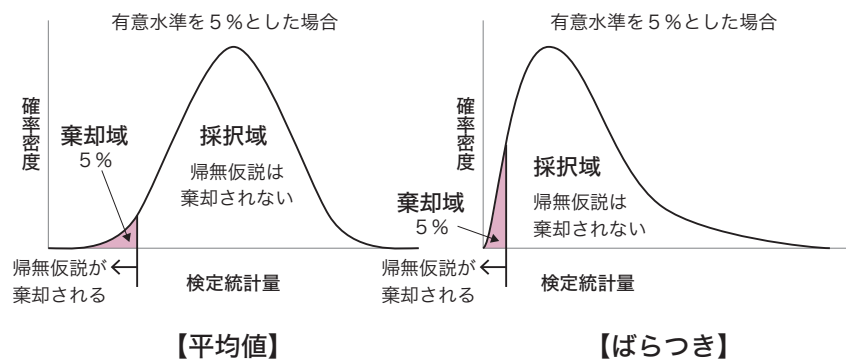


正規分布表の見方

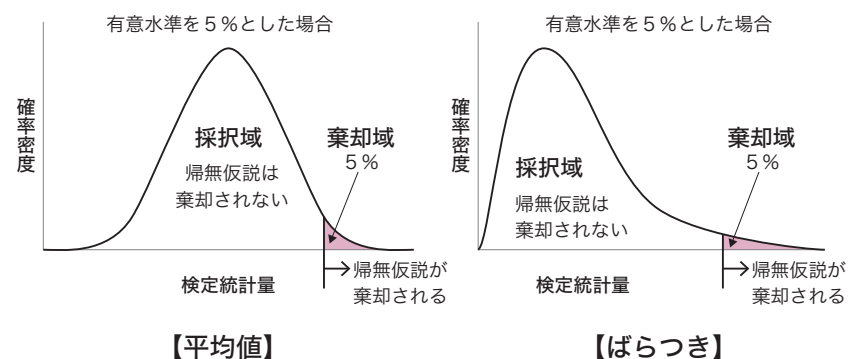
あるデータが正規分布に従うと仮定できる場合、このデータを標準化することとで「**標準正規分布表**」を用いて確率を求めることができます。

例を挙げると、以下の標準正規分布図において、表の値は(全体面積を1とした)着色部分の面積を表します。これは、「標準正規分布に従う Z がとる値が x 以上となる確率 $P(Z \geq K_p)$ 」を意味します。





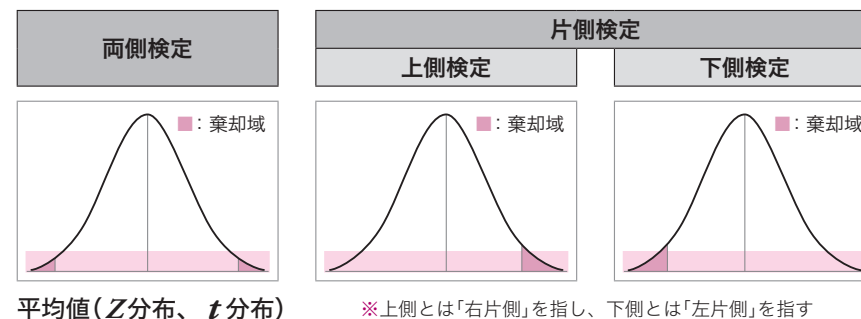
片側検定(左片側検定)において、**棄却域は左片側のみ**となることに留意しましょう。例えば、有意水準5%の場合、棄却域は5%となります(上の図参照)。



なお、片側検定(右片側検定)において、**棄却域は右片側のみ**となります。例えば、有意水準5%の場合、棄却域は5%となります(上の図参照)。

上記の説明のまとめとして、図表4.4(平均値)および図表4.5(ばらつき)を示します。

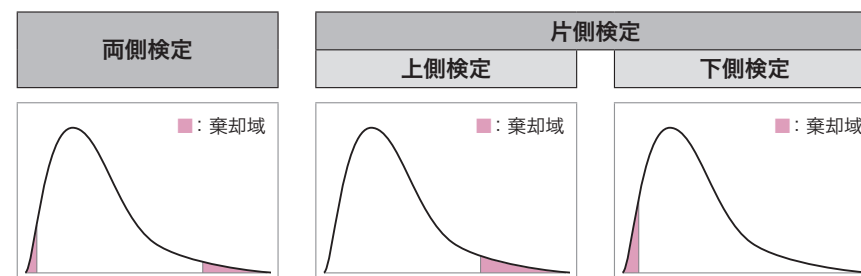
図表4.4 平均値の両側検定・片側検定における棄却域



平均値(Z 分布、 t 分布)

帰無仮説 H_0	$\mu = \mu_0$	$\mu = \mu_0$	$\mu = \mu_0$
対立仮説 H_1	$\mu \neq \mu_0$	$\mu > \mu_0$	$\mu < \mu_0$

図表4.5 ばらつきの両側検定・片側検定における棄却域



ばらつき(χ^2 分布、 F 分布)

帰無仮説 H_0	$\sigma^2 = \sigma_0^2$	$\sigma^2 = \sigma_0^2$	$\sigma^2 = \sigma_0^2$
対立仮説 H_1	$\sigma^2 \neq \sigma_0^2$	$\sigma^2 > \sigma_0^2$	$\sigma^2 < \sigma_0^2$

なお、統計的な判断を行う際、サンプリングしたデータの情報を知ることはできませんが、**母集団そのものの情報**を知ることはできないため、**ある程度の誤りを避けることはできません**。

手順3 統計量等の計算

不適合数(欠点数) x_1 、 x_2 から、 c_1 、 c_2 を計算する。

$$\bar{c} = (x_1 + x_2) / (n_1 + n_2)$$

$$c_1 = x_1 / n_1 \quad c_2 = x_2 / n_2$$

c_1 、 c_2 はサンプルの単位当たり不適合数(欠点数)を示す。

$\bar{c}$ はサンプルの単位当たりの全体の不適合数(欠点数)を示す。

統計量 u_0 を計算する。

$$u_0 = (c_1 - c_2) / \sqrt{\bar{c} \left(\frac{1}{n_1} + \frac{1}{n_2} \right)}$$

手順4 検定

手順3で求めた検定統計量と確率分布表から求めた棄却限界値とを比較して判定する。

- $H_1: m_1 \neq m_2$ (両側検定) の場合、 $|u_0| \geq u(\alpha/2) = 1.960$ であれば有意となり、 $H_0: m_1 = m_2$ は棄却される。すなわち H_1 が成立する。
- $H_1: m_1 > m_2$ (右片側検定) の場合、 $u_0 \geq u(\alpha) = 1.645$ であれば有意となり、 $H_0: m_1 = m_2$ は棄却される。すなわち H_1 が成立する。
- $H_1: m_1 < m_2$ (左片側検定) の場合、 $u_0 \leq -u(\alpha) = -1.645$ であれば有意となり、 $H_0: m_1 = m_2$ は棄却される。すなわち H_1 が成立する。

手順5 推定

- 点推定 : $\widehat{m_1 - m_2} = c_1 - c_2 = \frac{x_1}{n_1} - \frac{x_2}{n_2}$
- 区間推定 : $(c_1 - c_2) - u(\alpha/2) \times \sqrt{\left(\frac{c_1}{n_1} + \frac{c_2}{n_2} \right)} \leq m_1 - m_2$

$$\leq (c_1 - c_2) + u(\alpha/2) \times \sqrt{\left(\frac{c_1}{n_1} + \frac{c_2}{n_2} \right)}$$

$$(c_1 - c_2) - 1.960 \times \sqrt{\left(\frac{c_1}{n_1} + \frac{c_2}{n_2} \right)}$$

$$\leq m_1 - m_2 \leq (c_1 - c_2) + 1.960 \times \sqrt{\left(\frac{c_1}{n_1} + \frac{c_2}{n_2} \right)}$$

〈例〉ある企業には2つの工場(A工場、B工場)がある。A工場では過去1年間で10件、B工場では過去9か月で20件の災害が発生した。工場によって災害発生件数の違いがあるかどうかを検定する。

手順1 仮説の設定

- 帰無仮説 $H_0: m_A = m_B$
- 対立仮説 $H_1: m_A \neq m_B$ (両側検定)

手順2 有意水準 α の設定

$\alpha = 0.05$ とする。

手順3 統計量等の計算

災害発生件数 x_A 、 x_B から、 c_A 、 c_B 、 $\bar{c}$ を計算する。

$$c_A = 10 / 12 \div 0.83 \quad c_B = 20 / 9 \div 2.22$$

$$\bar{c} = (x_A + x_B) / (n_A + n_B) \\ = (10 + 20) / (12 + 9) \div 1.43$$

※ n_A 、 n_B は月数とする

統計量 u_0 を計算する。

$$u_0 = (c_A - c_B) / \sqrt{\bar{c} \left(\frac{1}{n_A} + \frac{1}{n_B} \right)} \\ = (0.83 - 2.22) / \sqrt{1.43 \left(\frac{1}{12} + \frac{1}{9} \right)} \div -\frac{1.39}{0.53} \div -2.62$$

手順4 検定

$m_A \neq m_B$ (両側検定) で、 $|u_0| > 1.960$ (正規分布表参照) となるので有意となり、帰無仮説 $H_0: m_A = m_B$ は棄却され、対立仮説 H_1 は成立する。

手順5 推定

- 点推定 : $\widehat{m_A - m_B} = c_A - c_B = 0.83 - 2.22 = -1.39$
- 区間推定 : $(c_A - c_B) - u(\alpha/2) \times \sqrt{\left(\frac{c_A}{n_A} + \frac{c_B}{n_B} \right)} \leq m_A - m_B$

$$\leq (c_A - c_B) + u(\alpha/2) \times \sqrt{\left(\frac{c_A}{n_A} + \frac{c_B}{n_B} \right)}$$

$$(\text{上限}) (m_A - m_B)_U = (c_A - c_B) + 1.960 \times \sqrt{\left(\frac{c_A}{n_A} + \frac{c_B}{n_B} \right)}$$

$$= (0.83 - 2.22) + 1.960 \times \sqrt{\frac{0.83}{12} + \frac{2.22}{9}}$$

$$\div -1.39 + 1.960 \times 0.56 \div -0.29$$

$$\begin{aligned}
 (\text{下限})(m_A - m_B)_L &= (c_A - c_B) - 1.960 \times \sqrt{\left(\frac{c_A}{n_A} + \frac{c_B}{n_B}\right)} \\
 &= (0.83 - 2.22) - 1.960 \times \sqrt{\frac{0.83}{12} + \frac{2.22}{9}} \\
 &\doteq -1.39 - 1.960 \times 0.56 \doteq -2.49
 \end{aligned}$$

よって、 $-2.49 \leq m_A - m_B \leq -0.29$

計数値データに基づく検定と推定

5) 分割表による検定と推定

製品を適合品と不適合品に分類して、いくつかの母集団での不適合品率を比較したいときには、下のような分割表(2つ以上の変数の関係をまとめた表)を用いて検定と推定を行います。

$l \times m$ 分割表(例)

列 \ 行	B_1		B_m	計
A_1	x_{11}		x_{1m}	$T_{1.}$
$\vdots$				
A_l	x_{l1}		x_{lm}	$T_{l.}$
計	$T_{.1}$		$T_{.m}$	$T_{..}$

手順1 仮説の設定

- 帰無仮説 H_0 : 母集団によって差はない(行と列は独立している)。
- 対立仮説 H_1 : 母集団によって差はある(行と列は独立していない)。

手順2 有意水準 α の設定

通常は $\alpha = 0.05$ とする。

手順3 統計量等の計算

期待度数 t_{ij} を計算する。 $t_{ij} = T_{i.} \times T_{.j} / T_{..}$

統計量 χ^2 を計算する。

$$\chi^2 = \sum_{i=1}^l \sum_{j=1}^m \frac{(x_{ij} - t_{ij})^2}{t_{ij}}$$

手順4 検定

$\chi^2 \geq \chi^2(\phi, \alpha)$ であれば有意となり、 H_0 は棄却される。すなわち H_1 が成立する。自由度 $\phi = (\text{行数} - 1) \times (\text{列数} - 1)$

〈例〉2台の機器A、Bで部品を製作したところ、適合品と不適合品が下表のとおり発生した。機器A、Bによって適合品と不適合品の出方に違いがあるかどうかを検討する。

	適合品	不適合品	合計
A	160	40	200
B	120	20	140
合計	280	60	340

手順1 仮説の設定

- 帰無仮説 H_0 : 母集団によって差はない(行と列は独立している)。
- 対立仮説 H_1 : 母集団によって差はある(行と列は独立していない)。

手順2 有意水準 α の設定

$\alpha = 0.05$ とする。

手順3 統計量等の計算

期待度数 t_{ij} を計算する。 $t_{ij} = T_{i.} \times T_{.j} / T_{..}$

※期待度数とは、行要素の合計や列要素の合計の比率から逆算して期待される度数をいう

2 × 2 分割表

	適合品	不適合品	合計
A	$200 \times 280 / 340$ $\doteq 165$	$200 \times 60 / 340$ $\doteq 35$	200
B	$140 \times 280 / 340$ $\doteq 115$	$140 \times 60 / 340$ $\doteq 25$	140
合計	280	60	340

手順3 分散分析表の作成(平方和、自由度、平均平方、分散比の計算)

まず、各平方和を計算します。

$$S_T = \Sigma (\text{データの二乗}) - CT = 582 - 512 = 70$$

$$\begin{aligned} S_A &= \Sigma \frac{(A_i \text{のデータの合計})^2}{A_i \text{のデータ数}} - CT \\ &= \frac{38^2 + 26^2}{4} - 512 = \frac{2120}{4} - 512 = 18 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} S_B &= \Sigma \frac{(B_j \text{のデータの合計})^2}{B_j \text{のデータ数}} - CT \\ &= \frac{10^2 + 18^2 + 23^2 + 13^2}{2} - 512 = \frac{1122}{2} - 512 = 49 \end{aligned}$$

$$S_e = S_T - S_A - S_B = 70 - 18 - 49 = 3$$

次に、各自由度を計算します。

$$\phi_T = \text{総データ数} - 1 = 8 - 1 = 7$$

$$\phi_A = \text{水準数} - 1 = 2 - 1 = 1$$

$$\phi_B = \text{水準数} - 1 = 4 - 1 = 3$$

$$\phi_e = \phi_T - \phi_A - \phi_B = 7 - 1 - 3 = 3$$

続いて、平均平方と分散比を計算します。

$$V_A = S_A / \phi_A = 18 / 1 = 18$$

$$V_B = S_B / \phi_B = 49 / 3 \doteq 16.3$$

$$V_e = S_e / \phi_e = 3 / 3 = 1$$

これにより、分散比は、

$$A: F_0 = V_A / V_e = 18 / 1 = 18$$

$$B: F_0 = V_B / V_e = 16.3 / 1 = 16.3$$

よって、分散分析表は下表のとおりとなります。

要因	平方和	自由度	平均平方	分散比
因子A	18	1	18	18
因子B	49	3	16.3	16.3
誤差e	3	3	1	
合計	70	7		

手順4 分散分析結果の判定

手順3で得た分散比 $A: F_0 = 18$ 、 $B: F_0 = 16.3$ と F 表の $F(\phi_A, \phi_e; \alpha) = F(1, 3; 0.05) = 10.1$ 、 $F(\phi_B, \phi_e; \alpha) = F(3, 3; 0.05) = 9.28$ を比較すると、

$$A: F_0 = 18 > F(1, 3; 0.05) = 10.1$$

$$B: F_0 = 16.3 > F(3, 3; 0.05) = 9.28$$

となるので、**有意な差がある**と判定できます。

②推定**手順1 最適な組み合わせ条件の選定**

特性値が大きい方がよいので、データの合計表において最大値となる $A_1 B_3$ を選定します。

手順2 点推定

①分散分析の結果、因子Aは有意となったので、各水準の母平均 μ を信頼度95%で推定します。母平均=各水準の平均値であることから、

$$A_1 \text{水準の母平均} = 38 / 4 = 9.5 \quad A_2 \text{水準の母平均} = 26 / 4 = 6.5$$

$$B_1 \text{水準の母平均} = 10 / 2 = 5 \quad B_2 \text{水準の母平均} = 18 / 2 = 9$$

$$B_3 \text{水準の母平均} = 23 / 2 = 11.5 \quad B_4 \text{水準の母平均} = 13 / 2 = 6.5$$

手順3 区間推定

各水準の母平均 μ の信頼区間幅を信頼度95%で表すと以下の式となります。

$$\widehat{\mu}_{Ai} - t(\phi_e, 0.05) \sqrt{\frac{V_e}{n_i}} < \mu_{Ai} < \widehat{\mu}_{Ai} + t(\phi_e, 0.05) \sqrt{\frac{V_e}{n_i}}$$

$$\widehat{\mu}_{Bj} - t(\phi_e, 0.05) \sqrt{\frac{V_e}{n_j}} < \mu_{Bj} < \widehat{\mu}_{Bj} + t(\phi_e, 0.05) \sqrt{\frac{V_e}{n_j}}$$

($\widehat{\mu}_{Ai}$ 、 $\widehat{\mu}_{Bj}$ は点推定を示す。 n_i 、 n_j : 各水準の繰り返し数)

Aの場合、 $(\phi_e, 0.05) \sqrt{V_e / n_i}$ において、①分散分析の手順3で得た、 $\phi_e = 3$ 、 $V_e = 1$ 、 $n_i = 4$ を代入すると、

$$t(3, 0.05) \sqrt{\frac{1}{4}} \doteq 3.182 \times 0.5 \doteq 1.591 \quad \text{となる。}$$

Bの場合、 $(\phi_e, 0.05) \sqrt{V_e / n_j}$ において、①分散分析の手順3で得た、 $\phi_e = 3$ 、 $V_e = 1$ 、 $n_j = 2$ を代入すると、

$$t(3, 0.05) \sqrt{\frac{1}{2}} = 3.182 \times 0.707 = 2.250 \quad \text{となる。}$$

- A_1 水準の母平均の区間推定
 $9.5 - 1.591 < \mu_{A_1} < 9.5 + 1.591$ $7.909 < \mu_{A_1} < 11.091$
- A_2 水準の母平均の区間推定
 $6.5 - 1.591 < \mu_{A_2} < 6.5 + 1.591$ $4.909 < \mu_{A_2} < 8.091$
- B_1 水準の母平均の区間推定
 $5 - 2.250 < \mu_{B_1} < 5 + 2.250$ $2.750 < \mu_{B_1} < 7.250$
- B_2 水準の母平均の区間推定
 $9 - 2.250 < \mu_{B_2} < 9 + 2.250$ $6.750 < \mu_{B_2} < 11.250$
- B_3 水準の母平均の区間推定
 $11.5 - 2.250 < \mu_{B_3} < 11.5 + 2.250$ $9.250 < \mu_{B_3} < 13.750$
- B_4 水準の母平均の区間推定
 $6.5 - 2.250 < \mu_{B_4} < 6.5 + 2.250$ $4.250 < \mu_{B_4} < 8.750$

手順4 最適条件での母平均の推定

母平均 μ の点推定を以下の式から求めます。 $\widehat{\mu_{A_1 B_3}} = A_1$ 水準の平均値 + B_3

水準の平均値 - 総平均値 = $9.5 + 11.5 - 8 = 13.0$

母平均 μ の区間推定 (信頼度95%)

母平均の区間推定 $\widehat{\mu_{A_1 B_3}}$ を以下の式から求めます。

$$\widehat{\mu_{A_1 B_3}} - t(\phi_e, 0.05) \sqrt{V_e / n_e} \leq \mu_{A_1 B_3} \leq \widehat{\mu_{A_1 B_3}} + t(\phi_e, 0.05) \sqrt{V_e / n_e}$$

n_e は「有効反復係数」で、次の式で求められます。

有効反復係数 $n_e = ab / (1 + \phi_A + \phi_B)$ (田口の公式)

(a : A の水準数、 b : B の水準数)

(有効反復係数と田口の公式についてはP.142参照)

n_e を計算すると、 $n_e = ab / (1 + \phi_A + \phi_B) = 2 \times 4 / (1 + 1 + 3) = 1.6$

$t(\phi_e, 0.05) \sqrt{V_e / n_e}$ を計算します。 $t(\phi_e, 0.05) \sqrt{V_e / n_e} = t(3, 0.05) \times$

$\sqrt{1/1.6} \approx 3.182 \times 0.791 \approx 2.52$ $13.0 - 2.52 \leq \mu_{A_1 B_3} \leq 13.0 + 2.52$

$10.48 \leq \mu_{A_1 B_3} \leq 15.52$

6) 二元配置実験(繰り返しあり)

2つの因子 A 、 B について、それぞれ a 個の水準、 b 個の水準を選び、全部で $a \times b$ 個の組み合わせの実験をランダムに繰り返して行います。

水準数 $a = 4$ 、 $b = 3$ 、繰り返し数2回とすると、 A_i の第 i 水準、 B_j の第 j 水準を組み合わせた水準の下で行った実験のデータ x_{ijk} は、次の構造式で観測されると考え、データ表は以下のとおりとなります。

データ = 総平均 + 処理の効果 + 交互作用 + 誤差

$$x_{ijk} = \mu + \alpha_i + \beta_j + (\alpha\beta)_{ij} + \varepsilon_{ijk}$$

繰り返しのある場合は、要因 A 、 B の主効果だけでなく、交互作用も調べることができます。

データ表

	B_1	B_2	B_3
A_1	x_{111}	x_{211}	x_{311}
	x_{112}	x_{212}	x_{312}
A_2	x_{121}	x_{221}	x_{321}
	x_{122}	x_{222}	x_{322}
A_3	x_{131}	x_{231}	x_{331}
	x_{132}	x_{232}	x_{332}
A_4	x_{141}	x_{241}	x_{341}
	x_{142}	x_{242}	x_{342}

要因	平方和 S	自由度 ϕ	平均平方 V	分散比 F_0
因子 A	$S_A = \Sigma \frac{(A_i \text{のデータの合計})^2}{A_i \text{のデータ数}} - CT$	$\phi_A = \text{水準数} - 1$	$V_A = \frac{S_A}{\phi_A}$	$F_0 = \frac{V_A}{V_e}$
因子 B	$S_B = \Sigma \frac{(B_j \text{のデータの合計})^2}{B_j \text{のデータ数}} - CT$	$\phi_B = \text{水準数} - 1$	$V_B = \frac{S_B}{\phi_B}$	$F_0 = \frac{V_B}{V_e}$
交互作用 $A \times B$	$S_{A \times B} = S_{AB} - S_A - S_B$ $S_{AB} = \Sigma \frac{(AB \text{ 二元表の各数値})^2}{\text{繰り返し数}} - CT$	$\phi_{A \times B} = \phi_A \times \phi_B$	$V_{A \times B} = \frac{S_{A \times B}}{\phi_{A \times B}}$	$F_0 = \frac{V_{A \times B}}{V_e}$
誤差 e	$S_e = S_T - S_A - S_B - S_{A \times B}$	$\phi_e = \phi_T - \phi_A - \phi_B - \phi_{A \times B}$	$V_e = \frac{S_e}{\phi_e}$	
合計	$S_T = \Sigma (\text{データの二乗}) - CT$	$\phi_T = \text{総データ数} - 1$		

変動の分解

総変動 (総平方和)	因子 A による変動	A 因子の級間平方和 S_A
	因子 B による変動	B 因子の級間平方和 S_B
	交互作用 $A \times B$ による変動	交互作用 $A \times B$ の平方和 $S_{A \times B}$
	級内変動	誤差平方和 S_e

$$\text{有効反復係数 } n_e = \frac{abn}{1 + \phi_A + \phi_B + \phi_{A \times B}} \quad (\text{田口の公式})$$

(a : A の水準数、 b : B の水準数、 n : 繰り返し数)
で表されます。

$t(\phi_e, 0.05) \sqrt{V_e/n}$ を計算します。

$$t(\phi_e, 0.05) \sqrt{\frac{V_e}{n}} = t(12, 0.05) \sqrt{\frac{0.63}{2}} \doteq 2.179 \times 0.561 \doteq \mathbf{1.22}$$

$$\mathbf{11.5 - 1.22} < \mu_{A_3B_2} < \mathbf{11.5 + 1.22}$$

$$\mathbf{10.28} < \mu_{A_3B_2} < \mathbf{12.72}$$

有効反復係数 n_e と田口の公式、伊奈の公式

有効反復係数 n_e とは、点推定量が何個分のデータから計算されたものと等価であるかを示すものです。有効反復係数 n_e を計算する主な公式として、田口の公式と伊奈の公式があります。

$$\text{田口の公式: } n_e = \frac{\text{全データ数}}{1 + (\text{推定に用いる要因の自由度の和})}$$

$$(\text{二元配置分析では}) = \frac{abn}{1 + \phi_A + \phi_B + \phi_{A \times B}}$$

(a : A の水準数、 b : B の水準数、 n : 繰り返し数)

$$\text{伊奈の公式: } \frac{1}{n_e} = \text{点推定の式に用いられている係数の和} = \frac{1}{a} + \frac{1}{b} - \frac{1}{ab}$$

練習問題

赤シートで正解を隠して設問に答えてください(解説はP.145から)。

【問1】 3つの工場を選定し、ある品質特性における繰り返し3回の一元配置実験を行ったところ、以下の統計量が得られた。この統計量をもとに下表の分散分析表を作成することになった。□に入る数値を答えよ。ただし、(9)についてはもっとも適切なものを下の選択肢からひとつ選べ。

個々のデータの合計値 $\Sigma x_{ij} = 250$

個々のデータの二乗の合計値 $\Sigma x_{ij}^2 = 7500$

分散分析表

要因	平方和S	自由度 ϕ	平均平方V	分散比 F_0
因子A	(1)	(3)	(6)	(8)
誤差E	100	(4)	(7)	—
計	(2)	(5)	—	—

以上より、因子Aは(9)といえる。

〈(1)～(8)の選択肢〉

ア. 556 イ. 456 ウ. 228 エ. 16.7 オ. 13.65

カ. 8 キ. 6 ク. 2

〈(9)の選択肢〉

ア. 有意な差がある イ. 有意な差がない

正解 (1) **イ** (2) **ア** (3) **ク** (4) **キ** (5) **カ**
(6) **ウ** (7) **エ** (8) **オ** (9) **ア**

【問2】 次の①②に答えよ。

①データの構造式において、A群とB群を正しく組み合わせよ。

A群:

ア. 一元配置法

イ. 二元配置法(繰り返しなし)

ウ. 二元配置法(繰り返しあり)

B群:

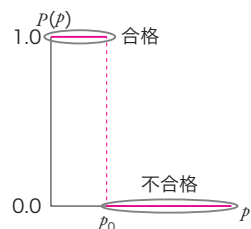
エ. $x_{ij} = \mu + \alpha_i + \varepsilon_{ij}$

オ. $x_{ijk} = \mu + \alpha_i + \beta_j + (\alpha\beta)_{ij} + \varepsilon_{ijk}$

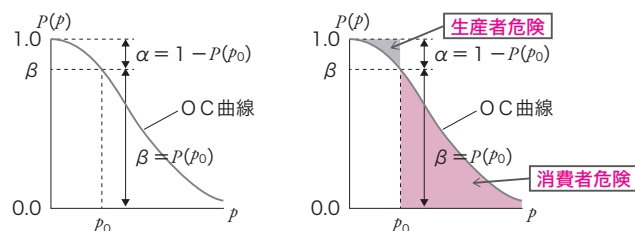
カ. $x_{ijk} = \mu + \alpha_i + \beta_j + \varepsilon_{ij}$

※ $\Sigma \Sigma$ の計算方法を紹介する。 $\sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^m x_{ij} = x_{11} + x_{12} + \cdots + x_{1m} + x_{21} + x_{22} + \cdots + x_{2m} + \cdots + x_{n1} + x_{n2} + \cdots + x_{nm}$ まず $i=1$ として、 j を1から m まで動かして x_{1j} を足し合わせる。すなわち、 Σx_{1j} を求める。続いて、この操作を $i=2, 3, \dots, m$ まで同様に繰り返して、すべてを足し合わせる

図表 7.4 全数検査のOC曲線の例



図表 7.5 抜取検査のOC曲線の例



図表 7.5 (右図)において、生産者危険と消費者危険の領域が生じます。

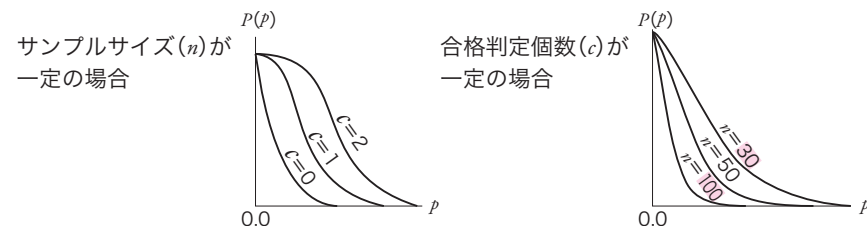
図中の $\alpha (= 1 - P(p_0))$ は不良品率が低いのに (p_0 以下)、検査合格率が 100% 以下 ($1 - \alpha$) となってしまいます。 α が大きいと生産者にとって不利な状況となりますので、**生産者危険**または**第1種の誤り**(あわてものの誤り)といっています。

一方、図中の $\beta (= P(p_0))$ は不良品率が高いのに (p_0 以上)、検査合格率が 0% 以上 (β) となってしまいます。 β が大きいと消費者にとって不利・危険な状況となりますので、**消費者危険**または**第2種の誤り**(ぼんやりものの誤り)といっています。

なお、OC 曲線の主な特徴としては、以下の2点です。

- サンプルサイズ (n) が一定の場合、合格判定個数 (c) が大きくなるほど曲線の傾きは緩やかになり、合格判定個数 (c) が小さくなるほど曲線の傾きは急になる(次ページ図表 7.6 の左図参照)。
- 合格判定個数 (c) が一定の場合、サンプルサイズ (n) が大きくなるほど曲線の傾きは急になり、サンプルサイズ (n) が小さくなるほど曲線の傾きは緩やかになる(図表 7.6 の右図参照)。

図表 7.6 OC 曲線の主な特徴



3 計数規準型抜取検査

計数規準型抜取検査(JIS Z9002-1956)とは、生産者および消費者の要求する検査特性を持つように設計した抜取検査で、**ロットごとの合格・不合格を一回に抜き取った試料中の不良品の個数によって判定する**ものです。製品がロットとして処理できることが必要で、合格ロット中にもある程度の不良品の混入は避けられません。

検査の手順は、以下のとおりです。

手順1 品質基準の決定

- 検査単位について適合品と不適合品とに分けるための基準を明確に定める。

手順2 p_0 、 p_1 の値の指定

- p_0 ：なるべく合格させたいロットの不良率の上限
- p_1 ：なるべく不合格としたいロットの不良率の下限
- この p_0 と p_1 を指定する。通常は、 p_0 と p_1 の値は生産能力・経済的事情・品質に対する必要な要求または検査にかかる費用・労力・時間など各取引の実情を考え合わせて指定する。抜取検査では、必ず $p_0 < p_1$ でなければならない。

手順3 ロットの形成

- 同一条件で生産されたロットをなるべくそのまま検査ロットに選ぶ。ロットがはなはだしく大きい場合は、小ロットに区切って検査ロットとしてもよい。

$$\text{価値(Value)} = \frac{\text{機能(Function)}}{\text{コスト(Cost)}}$$

価値(Value)が向上するパターンは4つあります(下表参照)。

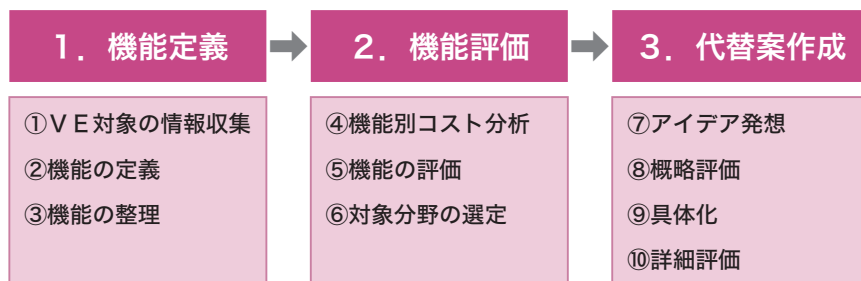
図表17.3 価値向上の4パターン

パターン	機能向上	原価低減	拡大成長	革新製品
機能 (Function)	↑	→	↑↑	↑
コスト (Cost)	→	↓	↑	↓

〈凡例〉↑：上昇、→：現状維持、↓：減少

また、価値の向上は以下の手順で進められます。「1. 機能定義→2. 機能評価→3. 代替案作成」の手順を、**VE基本3ステップ**といいます。1. で機能を定義し、2. でその機能のコストと価値を評価し、3. で代替案を作成・具体化し、そのコストや機能を評価します。①VE対象の情報収集～⑩詳細評価を**VE詳細10ステップ**といいます。

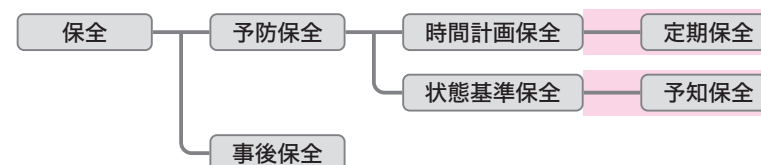
図表17.4 価値向上の手順



I Eは作業のムダ排除、VEは製品のコストダウン等を行うことができ、QCとともに、日本のものづくりを支えてきた管理技術といえます。

3 設備管理、資材管理、生産における物流・量管理

図表17.5 保全活動の体系図



設備管理とは、企業が所有する設備のライフサイクル管理(計画・設計・製作・保全・更新等)のことです。

保全においては、**維持活動**と**改善活動**に大きく区分されます(下表参照)。また、予防保全は時間計画保全と状態基準保全に分けられ、さらに、時間計画保全は**定期保全**などに、状態基準保全は**予知保全**などに分けられます。

図表17.6 設備管理の維持活動と改善活動

	種 類	概 要
維持活動	予防保全	故障に至る前に設備寿命を推定して、故障を未然に防止する保全活動。
	定期保全	従来の故障記録等を基に周期を定め、周期ごとに行う、時間軸を基準とした保全活動。
	予知保全	設備の劣化傾向を診断管理し、故障に至る前の最適な時期に最善の対策を行う保全活動。
	事後保全	設備に故障が発生した時点で補修する保全活動。
改善活動	改良保全	故障の発生確率の低減、もしくは性能向上を図る保全活動。
	保全予防	過去の保全実績などを踏まえ、計画・設計段階から故障の予知・予測を行い、故障を排除する対策を行う保全活動。

【問3】 統計的方法の基礎

確率分布に関する次の文章において、内に入るもっとも適切なものを下のそれぞれの選択肢からひとつ選び、その記号を解答欄にマークせよ。ただし、各選択肢を複数回用いてもよい。

①正規分布は、その分布のとで決まることから、 $N(\text{}, \text{}^2)$ で表される。

正規分布の確率を計算するために、まず得られたデータを化し、正規分布 $N(\text{}, \text{}^2)$ とする。化とは、確率変数 x からを引いて、で割ることである。

【(1)～(7)の選択肢】

ア. 平均値 $\bar{x}$ イ. 中央値 $\tilde{x}$ ウ. 平方和 S エ. 標準偏差 σ
 オ. 分散 V カ. 標準 キ. 単純 ク. 0 ケ. 1
 コ. 2 サ. 10 シ. 母集団 ス. 母平均 μ

②2つの確率変数 X 、 Y (X 、 Y は互いに無相関)の期待値を $E(X)$ 、 $E(Y)$ とし、 a 、 b を定数とすると、

$$E(X + aY) = \text{}$$

$$E(aX + Y + b) = \text{}$$

が成立する。

また、 $E(X) = \mu$ とし、 X の分散を $V(X)$ とすると、

$$V(X) = E\{(\text{})^2\} = \text{}$$
と展開される。

さらに、

$$V(X + aY) = \text{}$$

$$V(aX + Y + b) = \text{}$$

が成立する。

【(8)～(13)の選択肢】

ア. $aE(Y)$ イ. $E(X)$ ウ. $E(X) + aE(Y)$
 エ. $aE(X) + E(Y)$ オ. $aE(X) + E(Y) + b$
 カ. $X + \mu$ キ. $X - \mu$ ク. $E(X^2) + \mu^2$
 ケ. $E(X^2) - \mu^2$ コ. $E(X^2)$ サ. $V(X) + aV(Y)$
 シ. $V(X) + a^2V(Y)$ ス. $aV(X) + V(Y) + b$
 セ. $a^2V(X) + V(Y)$ ソ. $a^2V(X) + V(Y) + b$

【問4】 計量値データに基づく検定と推定

検定に関する次の文章において、内に入るもっとも適切なものを下のそれぞれの選択肢からひとつ選び、その記号を解答欄にマークせよ。ただし、各選択肢を複数回用いることはない。なお、解答にあたって必要であれば巻末の付表を用いよ。

あるプレキャストコンクリート製品Aを製造している工場がある。製品Aの圧縮強度の従来の母平均は $\mu_0 = 25$ (kN/m²)である。最近、新たな材料を用いて製造を行い、強度測定を行ったところ、サンプルサイズ $n = 20$ において、平均値 $\bar{x} = 29$ 、標準偏差 $s = 10$ であった。新しい材料を用いて得られた圧縮強度の母平均が従来の母平均 $\mu_0 = 25$ を上回っているかどうか検定を行うことになった。

手順1：仮説を立てる。

一つ目の仮説はといい、 $H_0: \mu \text{} \mu_0$ ($\mu_0 = 25$)

二つ目の仮説はといい、 $H_1: \mu \text{} \mu_0$

とする。

【(1)～(4)の選択肢】

ア. 対立仮説 イ. 帰無仮説 ウ. $<$ エ. $>$ オ. $=$ カ. $\neq$

手順2：有意水準の決定

有意水準 $\alpha = 0.05$ とする。 H_0 が正しくないのに正しいと判断してしまう誤りをまたはという。一方、 H_0 が正しいのに正しくないと判断してしまう誤りをまたはという。

【(5)～(8)の選択肢】

ア. 第1種の誤り イ. 第2種の誤り ウ. ぼんやりものの誤り
 エ. あわてものの誤り オ. うっかりものの誤り

手順3：検定統計量の計算

検定統計量を求める計算式は $t_0 = \text{}$ である。これを用いて計算すると、 $t_0 = \text{}$ となる。

④マトリックス図法は、問題としている事象の中から、**対となる要素**を見つけ出して、**行と列**に配置する手法である。あてはまるのは**(ア)(ク)**。

【問3】(統計的方法の基礎)

【正解】

- (1) **ス** (2) **エ** (3) **カ** (4) **ク** (5) **ケ**
 (6) **ス** (7) **エ** (8) **ウ** (9) **オ** (10) **キ**
 (11) **ケ** (12) **シ** (13) **セ**

【解説】

①正規分布とは、横軸に確率変数、縦軸に確率度数をとるときに、平均値を中心に左右対称な釣鐘状になる分布のことで、**ス、母平均 μ** とばらつき(**エ、標準偏差**)で分布の形状が定まる。確率の計算をするために、データの**カ、標準化**(平均値=**ク、0**、標準偏差=**ケ、1**)を行う。

②期待値と分散の加法性に関する問題である。

2つの確率変数 X 、 Y の期待値を $E(X)$ 、 $E(Y)$ とし、 a 、 b を定数とすると、

$$E(X + aY) = \text{ウ、} E(X) + aE(Y)、$$

$$E(aX + Y + b) = \text{オ、} aE(X) + E(Y) + b$$

が成立する。

$$V(X) = E\{(\text{キ、} X - \mu)^2\} \text{において、}(X - \mu)^2 \text{を展開する。}$$

$$(X - \mu)^2 = X^2 - 2\mu X + \mu^2 \text{となる。}$$

$$V(X) = E\{(X - \mu)^2\} = E(X^2 - 2\mu X + \mu^2)$$

$$= E(X^2) - 2\mu E(X) + E(\mu^2) = E(X^2) - 2\mu E(X) + \mu^2 \quad \text{※} \mu^2 \text{は定数}$$

ここで、 $E(X) = \mu$ であることから、 $E(X)$ を μ に置き換えると、

$$E(X^2) - 2\mu E(X) + \mu^2 = E(X^2) - 2\mu^2 + \mu^2 = \text{ケ、} E(X^2) - \mu^2$$

となる。さらに、

$$V(X + aY) = \text{シ、} V(X) + a^2 V(Y)、$$

$$V(aX + Y + b) = \text{セ、} a^2 V(X) + V(Y)$$

が成立する。

【問4】(計量値データに基づく検定と推定)

【正解】

- (1) **イ** (2) **オ** (3) **ア** (4) **エ** (5) **イ**
 (6) **ウ** (7) **ア** (8) **エ** (9) **ア** (10) **ク**
 (11) **イ** (12) **カ** (13) **キ** (14) **ケ**

※(5)(6)、(7)(8)はそれぞれ逆でも可。

【解説】

イ、帰無仮説(H_0)とは、改善の前後で有意な**変化はない**という仮説である。つまり、改善の前後で平均値は変わらないということで、 $\mu \text{オ、} = \mu_0$ となる。

ア、対立仮説(H_1)とは、改善の前後で有意な**変化がある**という仮説である。この場合、問題文に「母平均が従来の母平均を上回っているかどうか」とあるので、 $\mu \text{エ、} > \mu_0$ となる。

H_0 が正しくないのに正しいと判断してしまう誤りを**イ、第2種の誤り**または**ウ、ぼんやりものの誤り**という。 H_0 が正しいのに正しくないと判断してしまう誤りを**ア、第1種の誤り**または**エ、あわてものの誤り**という。

手順3において、検定統計量を求める計算式については記憶しておく必要がある。

$$t_0 = \text{ア、} \frac{\bar{x} - \mu_0}{\sqrt{s^2/n}} = \frac{29.0 - 25.0}{\sqrt{10^2/20}} = \frac{4.00}{\sqrt{5}} \doteq \text{ク、} 1.79 \quad \text{※} s^2 = V$$

手順4において、巻末の付表2(t 表)より、 $\phi = 20 - 1 = 19$ 、 $P = 0.10$ (有意水準5%だが、片側検定のため、0.10となる)の交点にある数値(**イ、1.729**)を得る。 $t_0 \text{カ、} > t(\phi, P)$ となり、 H_0 は**キ、棄却される**。よって、新しい材料により圧縮強度の母平均は従来に比べて**ケ、上回っている**といえる。

【問5】(計数値データに基づく検定と推定)

【正解】

- (1) **イ** (2) **エ** (3) **ケ** (4) **キ** (5) **ウ**
 (6) **オ** (7) **イ** (8) **エ** (9) **コ**

【解説】

(1)について、帰無仮説と対立仮説の定義を理解しておくことが重要。